

## آنالیز قابلیت اعتماد سد خاکی با استفاده از یک روش ترکیبی جدید-مطالعه موردی

هادی فتاحی\*<sup>۱</sup>، معین شیرمحمدی<sup>۲</sup>، حسین قائدی<sup>۲</sup>

پذیرش مقاله: ۹۹/۰۶/۰۲

دریافت مقاله: ۹۹/۰۱/۱۴

### چکیده

تجزیه و تحلیل احتمالاتی پایداری شیروانی ابزار برای در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترهای خاک در طراحی است. در این مقاله با استفاده از نرم افزار Slide، از شبیه سازی مونت کارلو به عنوان روشی تحلیلی برای تهیه مدل های احتمالاتی پایداری شیروانی بر مبنای روش های تعادل حدی استفاده شده است. روش های تعادل حدی به عنوان روش های رایج در تحلیل پایداری شیروانی می باشند که با استفاده از نیروهای برشی در سطح لغزش تحلیل را انجام می دهند. در این تحقیق پارامترهایی که در مدلسازی دارای عدم قطعیت هستند عبارتند از زاویه اصطکاک داخلی، چسبندگی و وزن مخصوص خاک که در مدلسازی به صورت تابع توزیع نرمال در نظر گرفته شده اند. در این تحقیق، برای نشان دادن قابلیت مدل های ارائه شده از داده های میدانی به دست آمده از سد رودبار لرستان (به عنوان مطالعه موردی) در ایران استفاده شده است. نتایج به دست آمده نشان می دهد که ترکیب روش های شبیه سازی مونت کارلو و روش های تعادل حدی برای ارزیابی پایداری شیروانی ها بطور موفقیت آمیزی قابل استفاده است.

**کلید واژه ها:** قابلیت اعتماد، سد خاکی، پایداری شیروانی، شبیه سازی مونت کارلو، روش های تعادل حدی

۱. عضو هیات علمی دانشکده مهندسی علوم زمین، دانشگاه صنعتی اراک h.fattahi@arakut.ac.ir

۲. دانشجوی دانشکده مهندسی علوم زمین، دانشگاه صنعتی اراک

\* مسئول مکاتبات

## ۱. مقدمه

با توجه به بحران آب در کشور، نقش سدها با هدف ذخیره سازی آب، تأمین آب شرب مورد نیاز و همچنین جلوگیری از وقوع سیلابها غیرقابل انکار است. سدها را عمدتاً از نظر مصالح مصرفی در آنها می توان به دو دسته سدهای بتنی و سدهای خاکی و سنگریزه ای طبقه بندی نمود. در این میان سدهای خاکی به علت سهولت در کار و مصالح طبیعی در دسترس، همواره مورد توجه بسیاری قرار گرفته اند. توجه به پایداری سدهای خاکی از دیرباز مورد توجه محققین و کارشناسان علوم مهندسی در پروژه های عمرانی و مکانیک سنگی قرار گرفته است. با توجه به اهمیت سدسازی، ناپایداری و تخریب آنها می تواند خسارت های مالی و جانی جبران ناپذیری را به بار آورد، بنابراین عموماً هزینه های سنگینی را به خود اختصاص می دهد. با توجه به یکسان نبودن پارامترها حتی در نقاط نزدیک به یکدیگر، هندسه غیر یکسان در تمام قسمت های شیب و خطاهای انسانی در تعیین پارامترهای خاک و یا مدل مورد استفاده، همه از جمله عواملی هستند که موجب غیر قابل اعتماد بودن ضریب اطمینان می باشد. از زمان ارائه ی اولین روش تحلیلی پایداری شیروانی ها توسط فلنیوس تاکنون، تحقیقات زیادی در این زمینه انجام شده است. در حال حاضر روش های تحلیل شیروانی شامل: روش تعادل حدی، روش های المان مرزی، روش های اجزای محدود، روش های شبکه عصبی مصنوعی و روش مونت کارلو هستند، که در این مقاله از ترکیب روش مونت کارلو و روش های تعادل حدی استفاده شده است. در طول سالیان اخیر مطالعات بسیاری بر روی پایداری سدهای خاکی و شیروانی ها صورت گرفته است، که به مهمترین آنها اشاره خواهد شد. در سال (۲۰۰۰) ملکاوی و همکاران به آنالیز قابلیت اعتماد پایداری شیب سد خاکی با دو روش لنگر دوم درجه اول و روش شبیه سازی مونت کارلو پرداختند. نتایج این روش ها با چهار روش پایداری شیب شامل روش های متداول قطعات، بیشاپ، جانبو و روش اسپنسر مقایسه شد (Malkawi et al. 2000). لی و همکاران در سال (۲۰۱۶) یک

روش شبیه سازی احتمالاتی جدید با استفاده از روش ترکیبی تعادل حدی ساده و روش های المان محدود برای محاسبه احتمال خرابی شیب های خاکی ارائه دادند (Li et al. 2016). در سال (۲۰۰۷) لوی و همکاران در تحقیق خود به به ارائه ی یک روش علمی برای انجام روش تعادل حدی بهینه سازی سطح لغزش ارائه دادند. در این روش شاخص قابلیت اعتماد نیز به کمک بهینه سازی محاسبه می شود (Low et al. 2007). در سال (۲۰۰۸) هونگ و روح در تحقیق خود به تحلیل قابلیت اعتماد شیب های خاکی با استفاده از روش درجه اول قابلیت اعتماد پرداختند. از آنجایی که گسیختگی هر سطح لغزش نشان دهنده ی گسیختگی شیب است، شیب به صورت یک مجموعه سیستم دارای سطوح لغزش در نظر گرفته شده است. نتایج عددی نشان می دهند که قابلیت اعتماد یک سیستم می تواند به تابع توزیع احتمال در نظر گرفته شده برای پارامترهای ورودی حساس باشد (Hong and Roh 2008). در سال (۲۰۱۳) جوهری و همکاران با توسعه روش تحلیلی که از انتگرال گیری مستقیم توابع چگالی بدست می آید، احتمال شکست را برای حالت شکست صفحه ای مورد مطالعه قرار داده و به نتایج مشابه با روش شبیه سازی مونت کارلو دست یافته اند (Johari et al. 2013). در سال (۲۰۱۵) لی و همکاران در تحقیقی یک روش پاسخ سطح چندگانه برای تحلیل قابلیت اعتماد شیب با در نظر گرفتن تغییر پذیری خواص خاک پیشنهاد دادند. نتایج آنها نشان داد که روش پیشنهادی ابزاری عملی برای ارزیابی قابلیت اعتماد شیب در خاک های متغیر می باشد (Li et al. 2015). در سال (۲۰۱۲) لیانگ و زوسانگ در تحقیقی به پیدا کردن تفاوت بین سطح لغزش دارای حداقل ضریب اطمینان و سطح لغزش دارای حداقل قابلیت اعتماد پرداختند. نتایج آنها نشان داد که سطح لغزش بحرانی به طور قابل توجهی متفاوت از سطح لغزش با قابلیت اعتماد بحرانی برای شیب های چند لایه می باشد و شاخص قابلیت اعتماد سطح بحرانی لغزش بیشتر از این مقدار در سطح لغزش با قابلیت اعتماد بحرانی می باشد (Liang and Xue-song 2012). در سال (۲۰۰۸) رادهی و همکاران بر مبنای توزیع

صورت خطی افزایش می‌یابد (Li et al. 2011). در سال (۲۰۱۷) ونگ و همکاران با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو به تحلیل قابلیت اعتماد برای مسائل پایداری شیب پرداختند. این روش برای ارزیابی تأثیر تغییرات خواص خاک و سطح لغزش بحرانی استفاده شد و نتایج نشان داد که وقتی تغییرات خواص خاک در نظر گرفته نشود نتایج ممکن است به صورت بیش از حد (محافظه کارانه) و یا کمتر از حد (غیرمحافظه کارانه) ارائه شود (Cao et al. 2017). در سال (۲۰۱۳) ایون چاوو تحلیل قابلیت اعتماد را برای شیب با چندین مود گسیختگی مورد مطالعه قرار داد. نتایج نشان داد که این روش به خوبی می‌تواند مودهای گسیختگی مختلف ایجاد شده توسط لایه‌بندی و تغییرات در خواص خاک را در ارزیابی احتمالاتی شیب در نظر بگیرد (Cho 2013). در سال (۲۰۱۳) یوسف ارزین و همکاران به دلیل یکسان نبودن محیط خاکی در پایداری شیروانی به پیش‌بینی ضریب اطمینان بحرانی شیب‌های محدوده همگن با استفاده از شبکه‌های عصبی و مدل رگرسیون چندگانه پرداختند (Erzin and Cetin 2013). در تحقیقی کاسویکز از تئوری فازی برای بیان ضریب اطمینان شیب و مواجهه با عدم اطمینان در پارامترهای خاک استفاده کرد، نتایج حاصل از این تحقیق بیان بهتری از پایداری شیب در مقایسه با روش‌های قطعی و کلاسیک را نشان داد (Kacewicz 1987). در تحقیقی دیگر آلونسو به دلیل وجود عدم اطمینان در پارامترهای خاک، عوامل محیطی و روش مورد استفاده (روش قطعات) در تحلیل پایداری شیب، از تحلیل قابلیت اعتماد برای بیان بهتری از گسیختگی استفاده کرد (Alonso 1976). در تحقیقی دیگر کریستین و همکاران روشی را برای ارزیابی توصیف احتمالاتی از داده‌های آزمایش‌های محلی و آزمایشگاهی پیشنهاد دادند و از نتایج آن برای رسیدن به شاخص قابلیت اعتماد برای پایداری شیب استفاده کردند (Christian et al. 1994). در سال (۲۰۰۶) سبویا و همکارانش با استفاده از منطق فازی به بررسی قابلیت گسیختگی شیب‌های خاکی پرداختند (Saboya Jr et al. 2006). دوداگودار و ونگاتاچالام با استفاده از روش ساده

پارامترهای ناپیوستگی‌ها برای شکست‌های صفحه‌ای و گوه‌ای به بررسی آنالیز عدم قطعیت در شیب‌های سنگی پرداختند و با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو عدم قطعیت را مورد ارزیابی قرار دادند. در این تحقیق، از شش سطح شیب‌دار مختلف استفاده شد و نتایج تحقیق، حاکی از تفاوت ضرایب ایمنی بدست آمده از روش قطعی با روش احتمالاتی و همچنین اهمیت روش احتمالاتی در پایداری شیب‌های سنگی که دارای عدم قطعیت زیادی هستند، می‌باشد (Radhi et al. 2008). در سال (۲۰۰۹) هماه و همکاران به تحلیل احتمالاتی شیب با استفاده از دو روش تخمین نقطه‌ای و روش مونت‌کارلو پرداختند، نتایج این تحقیق نشان داد که در مسائل با درجه عدم قطعیت بالا، استفاده از روش احتمالاتی بسیار حائز اهمیت می‌باشد. در مواردی که حتی ضریب اطمینان حاصله از روش قطعی و احتمالاتی یکسان بوده ولی احتمال گسیختگی در آنها متفاوت است، استفاده از روش قطعی گاهی اوقات غیر ایمن می‌باشد. همچنین نتایج این بررسی نشان داد که روش مونت‌کارلو از انعطاف‌پذیری بیشتری برخوردار است (Hammah et al. 2009). در سال (۲۰۰۳) باتاچاریا و همکاران یک فرآیند عددی را برای تعیین سطح با کمترین مقدار اندیس قابلیت اطمینان در شیب‌های سنگی ارائه دادند (Bhattacharya et al. 2003). در سال (۲۰۱۱) خالد فرح و همکاران در تحقیقی به تحلیل قابلیت اعتماد پایداری شیب با در نظر گرفتن تغییرات خاک پرداختند. نتایج روش‌های اجزاء محدود تصادفی و روش تعادل حدی (بیشاپ ساده) برای کنترل کارآیی و دقت آن‌ها مورد ارزیابی قرار دادند (Farah et al. 2011). در سال (۲۰۱۴) کومار به بررسی تأثیر تغییرپذیری پارامترهای خاک روی قابلیت اعتماد شیروانی‌ها پرداخته است. این محقق برای این منظور از دو روش تقریب اول ممان دوم و روش المان محدود تصادفی استفاده کرده است (Jha 2015). در سال (۲۰۱۱) لی و همکاران با انجام تحلیل‌های احتمالاتی برای پایداری شیروانی به این نتیجه رسیدند که با افزایش ضریب همبستگی بین چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی، احتمال شکست به

طور کلی روش‌های تحلیل احتمالاتی به پنج گروه روش‌های تجربی، روش‌های تحلیلی، روش‌های تقریبی، روش المان محدود تصادفی و روش‌های شبیه‌سازی تقسیم‌بندی می‌شوند. یکی از پرکاربردترین روش‌های شبیه‌سازی، روش شبیه‌سازی مونت کارلو می‌باشد. در روش شبیه‌سازی مونت کارلو، شاخص‌های قابل اطمینان از شبیه‌سازی فرایند واقعی و با توجه به رفتار اتفاقی سیستم برآورد می‌شود. بنابراین در روش‌های شبیه‌سازی با یک مسأله به صورت تعدادی آزمایش‌های شبیه تجربیات واقعی برخورد می‌شود و در برآورد احتمالات و سایر شاخص‌ها از روش شمارش تعداد وقوع رخدادها استفاده می‌شود. روش شبیه‌سازی مونت کارلو، روشی بسیار قدرتمند برای مهندسين است و تنها به معلومات اولیه‌ای از آمار و احتمال برای برآورد ریسک و قابلیت اطمینان در مسائل پیچیده‌ی مهندسی نیازمند است. این روش، شامل قسمت‌های زیر است (Phoon 2008):

۱. تعریف مسأله در قالب متغیرهای تصادفی
۲. کمی کردن ویژگی‌های احتمالاتی در تمام متغیرهای تصادفی در قالب تابع چگالی احتمال
۳. تولید اعداد تصادفی
۴. حل مسأله به صورت قطعی برای هر یک از گروه‌های اعداد تصادفی تعیین شده در مرحله‌ی قبل که این مرحله آزمایش عددی نامیده می‌شود.
۵. استخراج پارامترهای احتمالاتی شامل قابلیت اعتمادپذیری و احتمال گسیختگی

### ۳. معرفی روش تعادل حدی

روش تعادل حدی از پرکاربردترین روش‌های تحلیل پایداری شیب می‌باشد. در این روش توده‌ی لغزنده، به تعدادی قطعه‌ی قائم تقسیم می‌شود و تعادل هر قطعه به طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل ۱ توده لغزنده و قطعات قائم را نشان می‌دهد. عرض قطعات لازم نیست مساوی باشد و برای قطعات در امتداد عمود، ضخامت یک فرض می‌شود. در این روش می‌توان ناهمگنی خاک و فشار آب حفره‌ای را در

شده‌ی بیشاپ، عدم اطمینان در متغیرهای ورودی را به صورت فازی برای تحلیل قابلیت اعتماد و احتمال گسیختگی در نظر گرفتند (Dodagoudar and Venkatachalam 2000). در سال (۲۰۰۳) جیاسی و همکاران در مطالعه‌ی موردی نشان دادند که چگونه می‌توان به وسیله‌ی تئوری فازی عدم اطمینان در داده‌ها را در ارزیابی پایداری شیب و تحلیل قابلیت اعتماد مدل کرد (Giasi et al. 2003).

از طرفی پارامترهای ژئومکانیکی مانند مدول تغییرشکل پذیری، چسبندگی و زاویه اصطکاک داخلی جزو مهم‌ترین پارامترها برای طراحی و مدل‌سازی عددی می‌باشند. لازم به ذکر است تعیین دقیق این پارامترها (با توجه به تغییرپذیری آن‌ها و عدم قطعیت ذاتی که این پارامترها در سنگ/خاک) طراحی را با مشکل روبرو کرده است. بنابراین در این مقاله جهت تحلیل احتمالاتی و ارزیابی قابلیت اعتماد از نرم‌افزار قدرتمند Slide (که یکی از جامع‌ترین نرم‌افزارهای تحلیل پایداری شیروانی به همراه تحلیل آب زیرزمینی است) استفاده شده است. از طرفی کسانی که با روش‌های پیچیده قابلیت اعتماد آشنا هستند به خوبی می‌دانند که فرمول‌نویسی روابط روش‌های قابلیت اعتماد در اکسل یا حتی نرم‌افزار متلب (برای مدل‌های هندسی پیچیده مانند سد رودبار لرستان) کار بسیار دشواری است. اما این نرم‌افزار با توجه به قابلیت استفاده از توزیع‌های احتمالاتی مختلف قادر به مدل‌سازی احتمالاتی مسائل پیچیده پایداری شیروانی می‌باشد. در این مقاله به منظور ارزیابی قابلیت اعتماد سد خاکی رودبار لرستان (با کمک نرم‌افزار Slide) از روش ترکیبی شبیه‌سازی مونت کارلو و روش‌های مختلف تعادل حدی استفاده شده است.

### ۲. معرفی روش شبیه‌سازی مونت کارلو

به دلیل وجود تغییرپذیری خواص فیزیکی و مقاومتی سنگ‌ها و خاک‌ها، و همچنین بروز خطا در اندازه‌گیری‌ها، موجب شده که کاربر تحلیل‌های احتمالاتی در مهندسی سنگ و ژئوتکنیک در سال‌های اخیر بیشتر مورد توجه قرار بگیرد. به

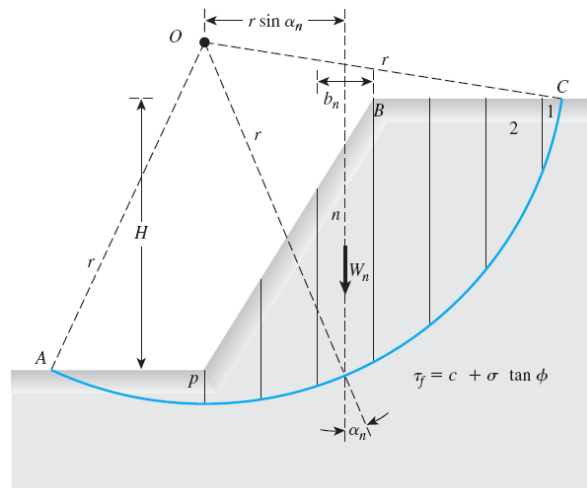
وروری شامل ویژگی‌های مواد، بارها و سطح آب زیرزمینی وجود دارد. احتمال ریزش و شاخص قابلیت اطمینان در تحلیل احتمالاتی از قبیل روش شبیه‌سازی مونت کارلو محاسبه می‌شود که نوعی اندازه‌گیری کمی از ریزش را در طراحی شیب نشان می‌دهد. تحلیل حساسیت در این نرم‌افزار به کاربر امکان تعیین اثر هر یک از متغیرها بر روی فاکتور ایمنی را می‌دهد (تعیین آنالیز حساسیت). در نرم‌افزار Slide، امکان استفاده از روش‌های مختلف تحلیل پایداری شیب از قبیل: روش بیشاپ، روش جانبو، روش اسپنسر و سایر روش‌ها به طور همزمان وجود دارد. یکی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین ویژگی‌های این نرم‌افزار، امکان اصلاح شیب به روشی آسان است که با صرف کم‌ترین زمان می‌توان اصلاح شیب را بر روی مدل اعمال کرد. از جمله مهم‌ترین ویژگی‌های این نرم‌افزار عبارتند از:

- امکان جست‌وجوی سطح لغزش دایره‌ای و غیردایره‌ای.
- امکان تعریف انواع معیار شکست برای مواد استفاده شده در مدل‌سازی.
- امکان استفاده از تحلیل برگشتی به منظور یافتن نیروی مورد نیاز برای پایدارسازی شیب با توجه به فاکتور ایمنی مد نظر طراحی.
- امکان مشاهده انواع تفسیرهای حاصل از نتایج تحلیل و ترسیم نمودار برای پارامترهای مختلف.
- امکان تعریف بارهای خارجی با توزیع‌های یکنواخت و غیریکنواخت به همراه بارهای لرزه‌ای.
- امکان تعریف آماری ویژگی‌های مربوط به مواد، سیستم نگهداری، بارلرزه‌ای، سطح آب و ترک کششی.

#### ۵. معرفی سد خاکی رودبار لرستان

محل پروژه سد رودبار در استان لرستان و در فاصله حدود ۱۰۰ کیلومتری جنوب شهرستان الیگودرز قرار دارد. شکل ۲ محل قرارگیری پروژه سد روی نقشه ایران را نشان می‌دهد

محاسبات منظور کرد. برای هر قطعه سه معادله‌ی تعادل شامل تعادل لنگر، تعادل نیروها در جهت قائم و تعادل نیروها در جهت افقی نوشته می‌شود. برای حل این معادلات و برخورد با مجهولات مسئله، روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است که یا فرض‌های ساده‌کننده‌ای به کار می‌گیرند و یا از بعضی نیروهای داخلی صرف‌نظر می‌کنند. در این مقاله از روش‌های تعادل حدی ساده شده‌ی بیشاپ، فلنیوس، اسپنسر و جانبو تصحیح شده برای تحلیل پایداری شیب و به دست آوردن ضریب اطمینان و ترکیب آن با روش‌های احتمالاتی استفاده شده است.



شکل ۱. توده لغزنده و قطعات قائم

#### ۴. معرفی نرم‌افزار اسلاید Slide

نرم‌افزار Slide، یکی از جامع‌ترین نرم‌افزارهای تحلیل پایداری شیب به همراه تحلیل آب زیرزمینی به روش‌های: المان محدود، تحلیل نفوذپذیری، افت ناگهانی سطح آب، طراحی سیستم نگهداری، تحلیل احتمالاتی و تحلیل حساسیت است. تمامی انواع شیب‌های خاکی و سنگی، سدهای خاکی، خاکریزها و دیوارهای حائل می‌توانند در این نرم‌افزار مورد تحلیل قرار گیرد. این نرم‌افزار قابلیت گسترده‌ای در تحلیل احتمالاتی دارد و امکان انتخاب نوع تحلیل احتمالاتی نیز برای کاربران امکان‌پذیر است. در این نرم‌افزار، امکان اختصاص دادن نوع توزیع آماری برای هر کدام از پارامترهای



شکل ۲. محل قرارگیری پروژه سد رودبار روی نقشه ایران

سد رودبار لرستان بعنوان یک سد خاکی با هسته رسی، در مختصات جغرافیایی  $49^{\circ}41'7''$  طول شرقی و  $32^{\circ}54'23''$  عرض شمالی در محدوده رشته کوه زاگرس در غرب ایران واقع شده است. رودخانه رودبار پس از طی حدود ۳۳ کیلومتر در جهت جنوب شرقی به محل ساختگاه سد رسیده و سپس به صورت یک چرخش U شکل (که از این پس رودخانه الکن شروع می‌شود) به محل پیشنهادی نیروگاه می‌رسد که تقریباً در فاصله ۳ کیلومتری پایین دست محور

سد واقع شده است. این چرخش، اختلاف ارتفاعی را در حدود ۳۰۰ متر بین سد و محل نیروگاه که در مجاورت روستای محمدآباد قرار گرفته ایجاد می‌نماید. هدف از احداث سد و نیروگاه استفاده از این پتانسیل طبیعی به همراه پتانسیل ایجاد شده در اثر شکل‌گیری مخزن سد به منظور تولید انرژی برق‌آبی با ظرفیت نصب ۴۵۰ مگاوات می‌باشد. جدول ۱ مشخصات فنی سد رودبار لرستان را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مشخصات فنی سد رودبار لرستان

Properties	Value
Height of foundation	155 m
Width foundation	720 m
Crown length	185 m
Crown width	15 m
Crown level	1765 meters above sea level
Normal level	1756 meters above sea level
Total tank volume	228E6 m <sup>3</sup>
Tank area	4.11 Km <sup>2</sup>

#### ۶. اطلاعات و پارامترهای مورد نیاز مدل‌سازی

در ابتدا برای مدل‌سازی، اطلاعات و مشخصات ژئوتکنیک نیاز است که در جدول ۲ مشخصات ژئوتکنیکی مورد نیاز برای

مدل‌سازی مقطع عرضی سد رودبار لرستان نشان داده شده است.

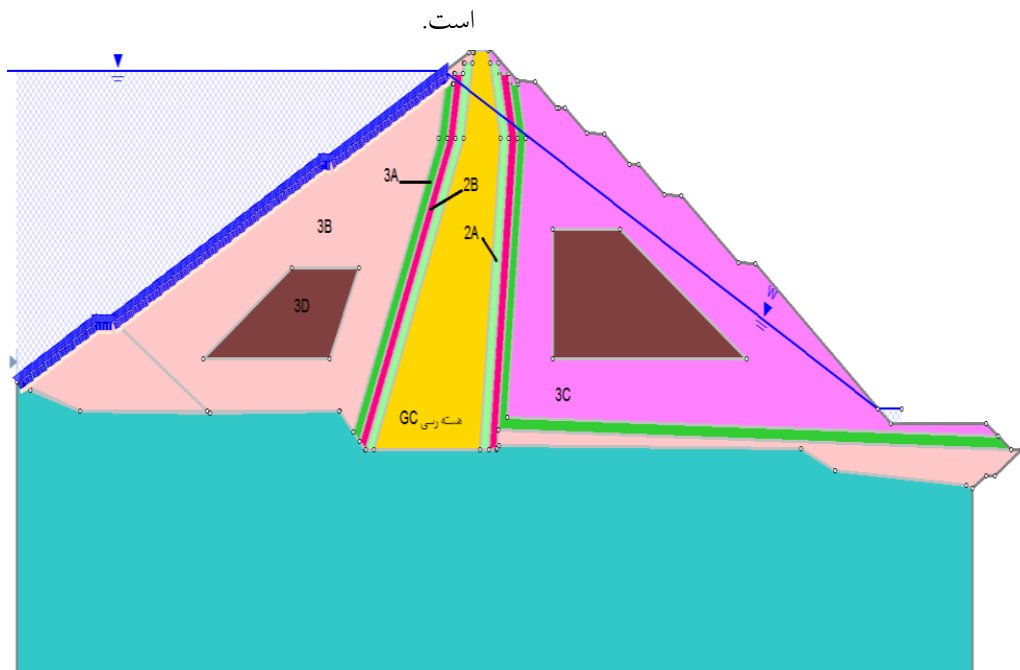
جدول ۲. مشخصات ژئوتکنیکی نمونه‌های مورد استفاده در سد رودبار لرستان

S.D friction angle	Friction angle (Degree)	S.D cohesion	Cohesion (Mpa)	S.D special weight	Special weight (KN/m <sup>3</sup> )	Type of materials
6	25	10	50	1.7	21.5	Clay core GC
4	37	-	0	2	19	Filter 2A
3.4	39	-	0	1.9	19.5	Filter 2B
3	45	-	0	1.1	21	Filter 3A
3	45	-	0	1.7	21.5	Sample 3B
3.1	45	-	0	1.5	21	Sample 3B
3.1	45	-	0	1.4	20.5	Sample 3D
4.2	35	-	0	1.9	20	Dam foundation

## ۷. مدلسازی مقطع عرضی سد

با توجه به داده‌های جدول ۲ و طبق معیار موهر کلمب به کمک نرم‌افزار Slide مدلسازی مقطع مورد نظر مطابق شکل ۳ می‌باشد. در این مدلسازی با تعریف هشت نمونه مصالح با خواص پارامترهای اندازه‌گیری شده از پی بتنی سد تا هسته رسی و فیلترها برای هر چه دقیق‌تر شدن نتایج حاصله استفاده شده است. قابل ذکر است همانطور که در مدلسازی مشاهده می‌کنید سیستم نگهداری به طول ۵ متر و فاصله ۱ متر از هم‌دیگر در بالادست سد نصب شده است و تراز آب پیش‌بینی شده برای ذخیره نهایی سد نیز در مدلسازی لحاظ شده است.

همانطور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود میانگین وزن مخصوص مصالح انتخاب شده برای سد در بازه ۱۹ تا ۲۱/۵ (KN/m<sup>3</sup>) می‌باشند و تمامی مصالح انتخابی بجز هسته رسی سد دارای چسبندگی صفر می‌باشند و زاویه اصطکاک مصالح مورد استفاده به استثنای پی بتنی سد، در بازه محدود بین ۳۷ تا ۴۵ درجه می‌باشند که منجر به یکپارچگی بیشتر بدنه سد و نفوذ متناسب‌تر آب و ایجاد جریان مورد پیش‌بینی و تعبیه هسته‌های مختلف برای مقابله هر چه بیشتر در مقابل افزایش نرخ نفوذ و سرعت پیشروی آب خواهد شد.



شکل ۳. مدلسازی براساس مشخصات ژئوتکنیکی سد رودبار لرستان

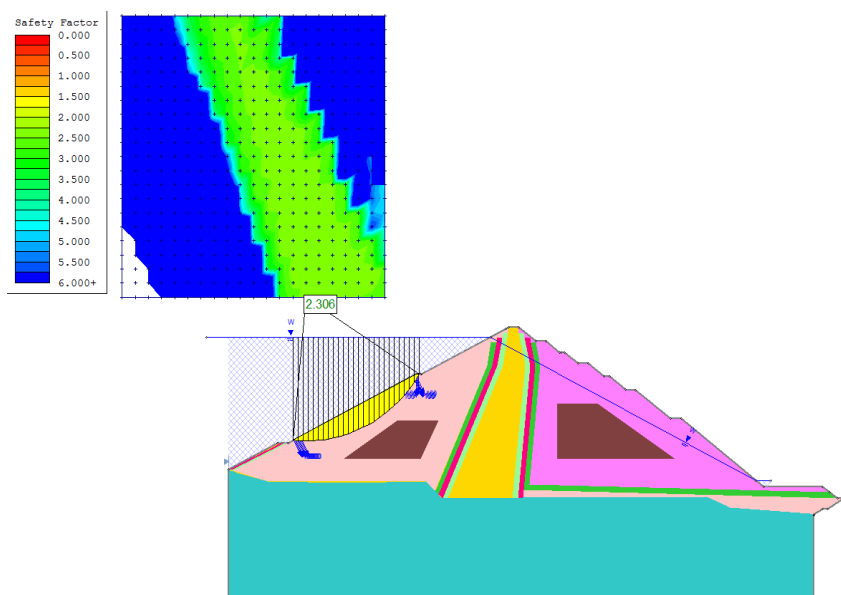
## ۸. آماده‌سازی و محاسبه ضریب اطمینان بر مبنای روش قطعی

برای محاسبه ضریب اطمینان بصورت آنالیز قطعی کفایت تا نتایج حاصل از آزمایش‌ها (جدول ۲) را به عنوان مقادیر قطعی پارامترهای مورد نظر به نرم‌افزار Slide معرفی نموده و سپس ضریب اطمینان محاسبه شود. در نهایت قابل گسست‌ترین مماس بر شیب (سطح لغزش بحرانی) را که دارای کمترین ضریب اطمینان می‌باشد در شکل‌های مربوط به هر روش به همراه اطلاعات جزئی نشان داده می‌شود. قابل ذکر است در تمامی نتایج حاصله از نرم‌افزار، تعداد قطعات عرضی برابر ۲۵ در نظر گرفته شد که دارای عرضی برابر یک بیست و پنج‌ام طول سطح لغزش بحرانی می‌باشند. همچنین شبکه‌بندی صورت گرفته که هر تقاطع آن، مرکز کمان مورد بررسی شیب می‌باشد بصورت ۲۰ در ۲۰ می‌باشد.

در واقع در هر نوبت انجام آزمایش ۴۰۰ مرکز دایره (۴۰۰ سطح لغزش) مورد بررسی قرار خواهد گرفت که کمترین و بیشترین ضریب اطمینان ممکن را توسط رنگ‌های مختلف از قرمز تا آبی که بیانگر ضریب اطمینان صفر تا بیشتر از ۶ مقیاس‌بندی شده است. در ادامه، مدل‌سازی با انواع روش‌های تعادل حدی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

### ۱-۸. مدل‌سازی قطعی با استفاده از روش تعادل حدی فلنیوس

همانطور که از شکل ۴ مشخص است کمترین مقدار ضریب اطمینان محاسبه شده با روش تعادل حدی فلنیوس در بالادست سد  $FS=2/306$  می‌باشد که فاصله زیادی تا ناپایداری وجود دارد.

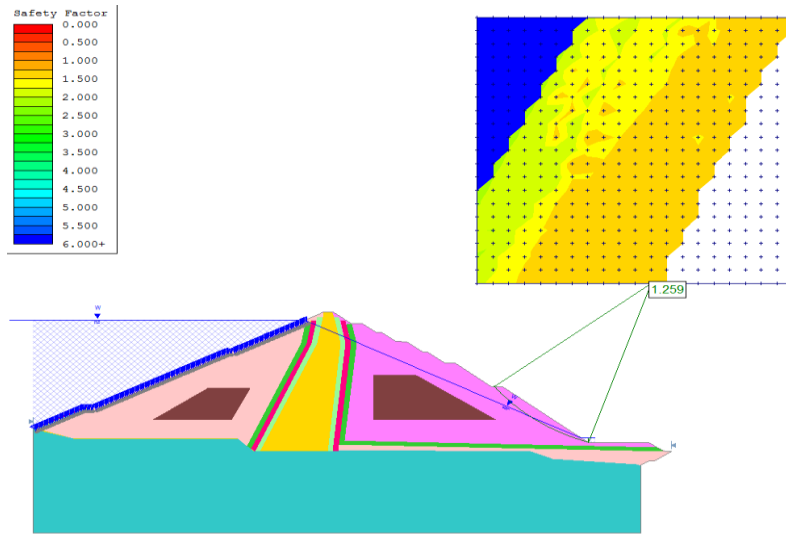


جدول ۴. نتیجه ارزیابی بالادست سد مدل شده با استفاده از روش فلنیوس

قسمت سفید رنگ در مقیاس مورد نظر (قرمز تا آبی) قرار نگرفته است زیرا کمان‌های مورد بررسی از آن نقاط سطح بسیار کوچکی را مورد تحلیل پایداری قرار می‌دهد و از این رو ضریب اطمینان در آن نقاط قابل محاسبه نمی‌باشند و در صورت محاسبه نیز اتفاق خاصی رخ نخواهد داد.

مقدار ضریب اطمینان در پایین دست سد در سطح بحرانی لغزش (مطابق شکل ۵) برابر  $FS=1/259$  می‌باشد که نسبت به بالادست سد ضریب اطمینان متفاوت‌تر و کمتری دارد که در این حالت نیاز به توجه بیشتری در مورد پایداری را بیان می‌کند. همانطور که در شبکه سمت راست شکل ۵ که نمایش‌دهنده گستره‌ی تغییرات ضریب اطمینان می‌باشد،



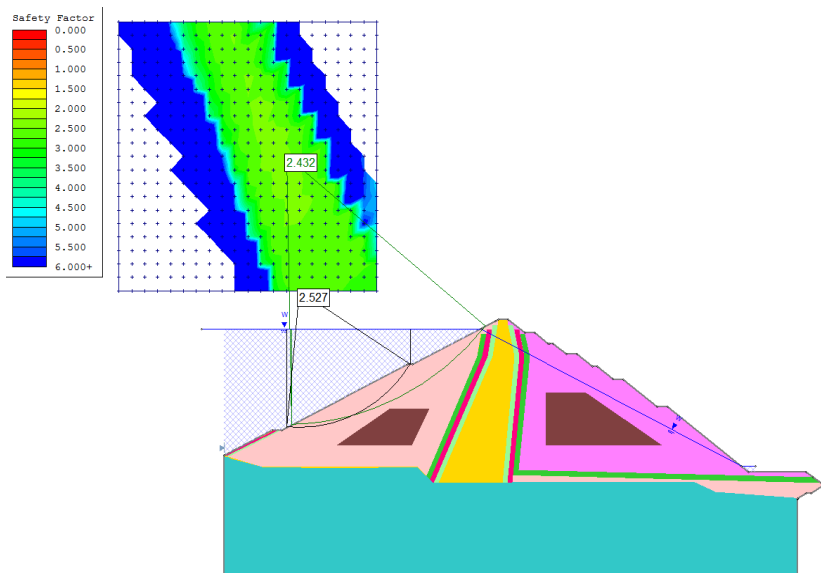


شکل ۵. نتیجه ارزیابی پایین دست سد مدل شده با استفاده از روش فلیوس

نشان می‌دهد که نشان از پایداری بیشتر آن می‌باشد. بخش‌های سفید موجود در شبکه سمت چپ عکس شبکه بدلیل مقدار بسیار کم نیروی مهاجم در سطوحی می‌باشد که کمان آنها را قطع می‌کند و موجب ضریب اطمینان بسیار بالایی می‌باشد که این ضرایب ایمنی بسیار بالا توسط نرم‌افزار حذف می‌شوند.

۲-۸. مدل‌سازی قطعی با استفاده از روش تعادل حدی بیشاپ ساده شده

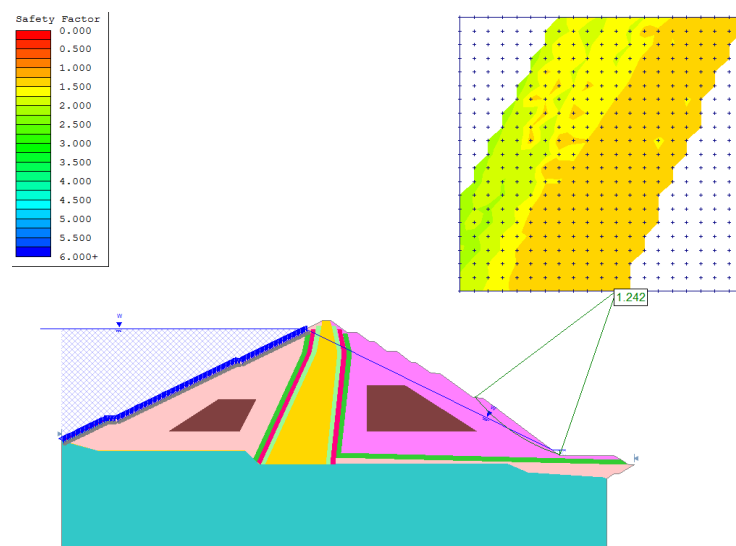
پس از مدل‌سازی قطعی با استفاده از روش تعادل حدی بیشاپ ساده شده (شکل ۶)، کمترین مقدار ضریب اطمینان (سطح بحرانی لغزش) در بالادست سد  $FS=2/432$  می‌باشد. این روش نسبت به روش فلیوس دارای ضریب اطمینان کمی بیشتر و همچنین تا سطح گسست قطعه فاصله بیشتری را



شکل ۶. نتیجه ارزیابی بالادست سد مدل شده با استفاده از روش بیشاپ ساده شده

سطوح مربوطه، نیروی مهاجم بسیار ناچیز می‌باشد و از طرفی ضریب اطمینان از تقسیم نیروی مقاوم به مهاجم بدست می‌آید پس هنگامی که نیروی مهاجم مقدار بسیار ناچیزی داشته باشد، مقدار عددی ضریب اطمینان عدد بسیار بالایی می‌شود، نکته‌ای که می‌توان نتیجه گرفت این است که در روش بیشاپ ساده شده، ضریب ایمنی‌های بسیار بزرگ گزارش داده نمی‌شوند و به همین دلیل نتایج حاصله قابل اطمینان‌تر خواهند بود.

مقدار ضریب اطمینان در پایین دست سد برای بحرانی‌ترین سطح لغزش (شکل ۷) برابر  $FS=1/242$  می‌باشد. همانطور که در شبکه سمت راست شکل مشخص است قسمت‌های سفید رنگ به دو دسته تقسیم می‌شوند، که قسمت سفید واقع در سمت راست شبکه به دلیل بیش از اندازه کوچک بودن سطح های قطع شده توسط کمان از آن مراکز قابل محاسبه نبوده‌اند و قسمت سفید واقع در سمت چپ شبکه بدلیل اینکه کمان سطوح واقع در پیشانی سد را قطع می‌نماید و بدلیل اینکه در

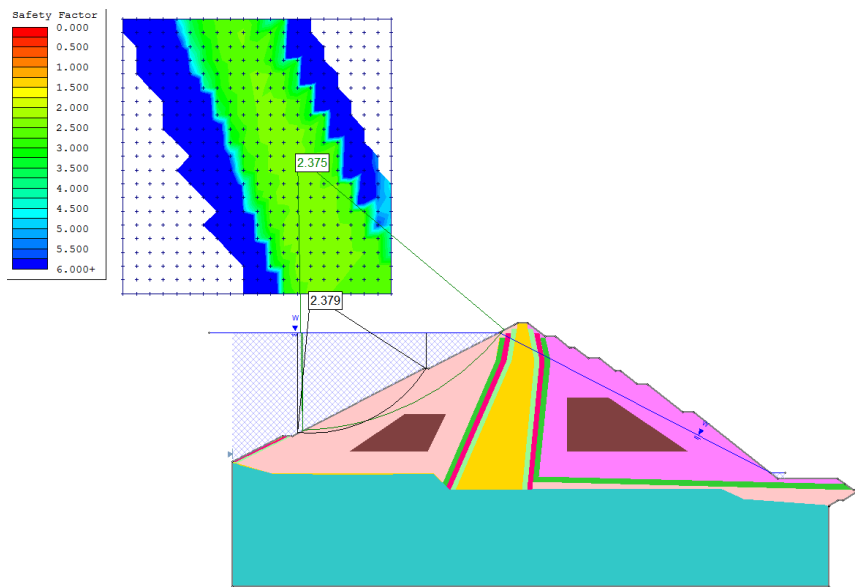


شکل ۷. نتیجه ارزیابی پایین دست مدل شده با استفاده از روش بیشاپ ساده شده

شبکه سمت چپ شکل نیز به همان دلیل بسیار ناچیز بودن نیروی مهاجم و مقادیر بسیار بالای ضریب اطمینان بدست آمده توسط نرم‌افزار حذف می‌شوند که نشان از برتری و محدودتر بودن بازه بررسی به مقادیر نزدیک به واقعیت ضریب اطمینان در روش جانبو تصحیح شده نسبت به روش فلینوس می‌باشد.

۸-۳. مدلسازی قطعی با استفاده از روش تعادل حدی جانبو تصحیح شده

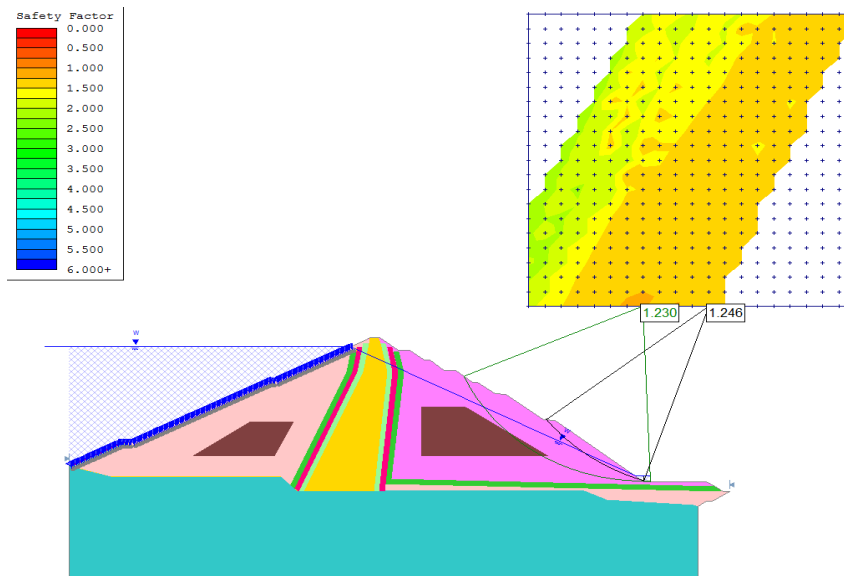
پس از مدلسازی قطعی با استفاده از روش تعادل حدی جانبو تصحیح شده (شکل ۸)، بحرانی‌ترین سطح لغزش دارای ضریب اطمینان  $FS=2/376$  می‌باشد که در نقاط همسان با روش‌های قبل (مرکز دایره مماس بر شیب) مقدار ضریب اطمینان را اندکی کمتر محاسبه می‌کند. نقاط سفید موجود در



شکل ۸. نتیجه ارزیابی بالادست سد مدل شده با استفاده از روش جانبو تصحیح شده

صورتی که در مرکز کمان لغزش مورد اندازه‌گیری را با مرکز حداقلی کمان لغزش شیروانی روش‌های قبل هم مختصات شود (شکل ۸) چنین نتیجه می‌شود که اختلاف ناچیزی بین دو روش وجود دارد.

همچنین همانطور که در شکل ۹ نشان داده شده است ضریب اطمینان سطح بحرانی لغزش در پایین‌دست سد برابر با  $FS=1/230$  می‌باشد که تفاوت نتیجه‌ی این روش با روش‌های قبل در مقدار حداقلی ضریب اطمینان می‌باشد. در



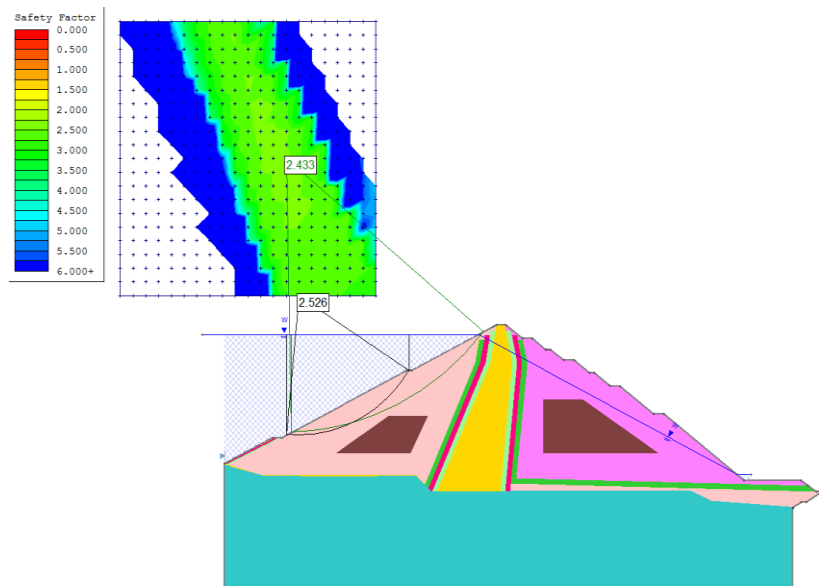
شکل ۹. نتیجه ارزیابی پایین‌دست سد مدل شده با استفاده از روش جانبو تصحیح شده

#### ۴-۸. مدلسازی قطعی با استفاده از روش تعادل حدی

##### اسپنسر

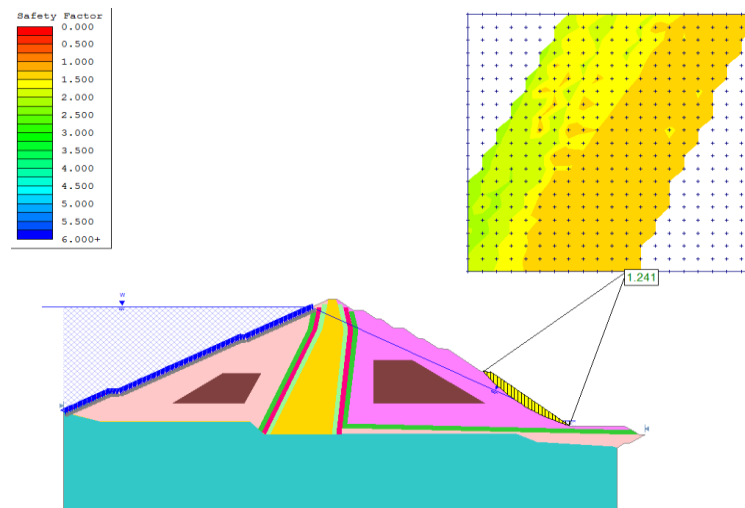
یکی از کامل ترین و کاربردی ترین روش های محاسبه ضریب اطمینان بصورت قطعی، روش اسپنسر می باشد زیرا که در این روش عوامل هندسی شیروانی، هیدرولوژی و خواص مقاومتی توده سنگ مورد استفاده قرار گرفته می شود. در صورتی که با روش های قطعی دیگر در این مورد مطالعاتی مورد مقایسه

قرار داده شود، به شباهت بسیار زیاد در نتایج میان این روش و بیشاپ ساده شده پی برده می شود. مطابق شکل ۱۰ ضریب اطمینان برای سطح بحرانی لغزش در بالادست برابر  $FS=2/433$  می باشد. همچنین نقاط سفید در شبکه سمت راست تصویر تماماً بدلیل جزئی بودن مقدار نیروی مهاجم و مقدار عددی بسیار بالای ضریب اطمینان توسط نرم افزار حذف شده اند.



شکل ۱۰. نتیجه ارزیابی بالادست سد مدل شده با استفاده از روش اسپنسر

همچنین همانطور که در شکل ۱۱ نشان داده شده است ضریب اطمینان سطح بحرانی لغزش در پایین دست سد برابر با  $FS=1/241$  می باشد.



شکل ۱۱. نتیجه ارزیابی پایین دست سد مدل شده با استفاده از روش اسپنسر

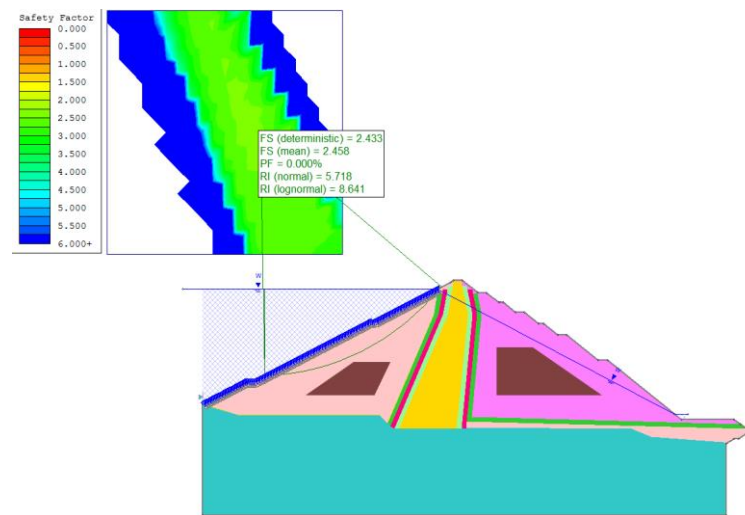
## ۹. مدل‌سازی احتمالاتی بر مبنای روش شبیه‌سازی مونت کارلو (غیرقطعی)

تغییرپذیری خواص فیزیکی و مقاومتی خاک (وزن مخصوص، نفوذپذیری، زاویه اصطکاک داخلی، چسبندگی) و مقاومت برشی و همچنین بروز خطا در اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی سبب می‌شود که نتوان منطقه مورد آزمایش را معرف کل منطقه دانست. لذا بدلیل اهمیت پایداری سدهای خاکی، استفاده از تحلیل ریسک و توزیع احتمالاتی در بررسی ضریب ایمنی شیب‌ها در مقابل لغزش برای سدهای خاکی امری ضروری است.

در روش قطعی (بدون توزیع احتمالاتی) برای بررسی پایداری شیروانی سدها، عدم قطعیت پارامترهای ورودی به صورت کمی اعمال نمی‌شود و برای لحاظ کردن عدم قطعیت مقادیر محافظه‌کارانه‌ای برای متغیرهای ورودی در نظر گرفته می‌شود که ممکن است بیش از میزان موردنیاز و یا کمتر از مقدار لازم باشد. در روش‌های مبتنی بر ریسک از توزیع احتمالاتی برای متغیرهای فیزیکی و مقاومتی خاک استفاده شده است که منجر به یافتن توزیع احتمالاتی برای ضریب ایمنی شیروانی می‌شود که به کمک آن می‌توان احتمال ناپایداری شیب را به صورت کمی مشخص نمود. در روش‌های قابلیت اعتماد علاوه بر ارائه دیدگاه واقع‌گرایانه نسبت به سطح ایمنی سد، امکان بهینه‌سازی فنی و اقتصادی را فراهم می‌آورد، بطوری که در اغلب موارد طرح‌هایی که منجر به فاکتور ایمنی بالاتری می‌شوند دارای هزینه بالاتر و طرح‌هایی که دارای سطح ایمنی پایین‌تری هستند هزینه کمتری دارند. یکی از پرکاربردترین روش‌های بررسی پایداری شیروانی‌ها مبتنی بر توزیع احتمالاتی، روش شبیه‌سازی مونت کارلو می‌باشد. در این روش طی یک روند تکراری با بکارگیری مدل‌های قطعی بررسی پایداری شیروانی و با توجه به تابع توزیع احتمالاتی

پارامترهای ورودی، تعداد زیادی جواب برای مسئله بدست می‌آید که در نهایت منجر به تعیین توزیع احتمالی پاسخ‌های مسئله می‌شود. در روش شبیه‌سازی مونت کارلو ابتدا بر اساس تابع توزیع احتمال برای پارامترهای ورودی تعداد زیادی مقادیر تصادفی انتخاب می‌شود، سپس احتمال شکست محاسبه می‌شود. در ادامه مقدار میانگین، واریانس ضریب اطمینان و شکل تابع چگالی احتمال ضریب اطمینان نیز بدست آورده می‌شود.

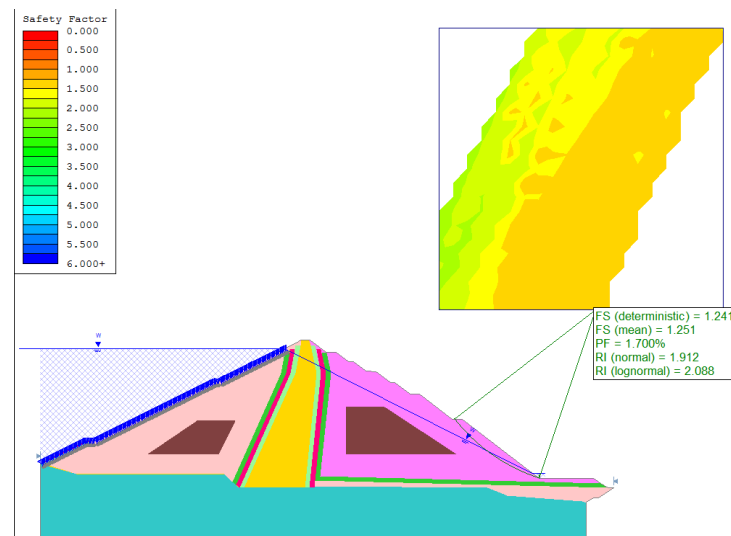
در این مقاله، پس از مدل‌سازی سد رودبار با روش قطعی، برای اجرای آنالیز احتمالاتی بر مبنای روش شبیه‌سازی مونت کارلو، می‌بایست نتایج حاصل از پارامترهای ژئوتکنیک با استفاده از تعداد زیادی نمونه به توزیع مناسبی نسبت داده شد. سپس با توجه به تغییرپذیری و عدم قطعیت برای پارامترهای چسبندگی، وزن مخصوص و زاویه اصطکاک در سد رودبار بهترین و مناسب‌ترین توزیع انتخاب شد. ماحصل این توزیع انحراف‌معیار و واریانس پارامتر موردنظر می‌باشد که در واقع همان بازه‌ای است که موردنیاز روش شبیه‌سازی مونت کارلو است که در آن بازه اقدام به عددسازی و انجام محاسبات بر مبنای اعداد می‌باشد. همانطور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، میزان چسبندگی بغیر از نمونه هسته رسی همگی دارای مقدار چسبندگی صفر می‌باشند. به همین دلیل بجز نمونه اول (هسته رسی)، در مابقی نمونه‌ها انحراف معیار در چسبندگی لحاظ نمی‌شود. بنابراین فقط در مورد نمونه اول هر سه پارامتر دارای پیش شرط لازم برای مدل‌سازی احتمالاتی با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو را دارا می‌باشد و در مابقی نمونه‌های جدول فقط وزن مخصوص و زاویه اصطکاک خاک‌ها لحاظ می‌شود. شکل ۱۲ محاسبات بر مبنای روش اسپنسر با استفاده از روش احتمالاتی شبیه‌سازی مونت کارلو بدست آمده است.



شکل ۱۲. نتیجه ارزیابی بالادست سد مدل شده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو بر پایه اسپنسر

نیز مشهود بود، انتظار می‌رود احتمال شکست در بالادست سد صفر می‌باشد یعنی تحت شرایط کنونی و بدون تغییرات ناگهانی امکان لغزش وجود ندارد. همچنین نتایج محاسبه برای پایین دست سد با روش شبیه‌سازی مونت کارلو بر مبنای روش اسپنسر شکل ۱۳ خواهد بود.

همانطور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، نتیجه محاسبات شامل ضریب اطمینان قطعی، ضریب اطمینان میانگین، احتمال شکست، شاخص قابلیت اعتماد بر اساس رابطه توزیع نرمال و آخرین مورد شاخص قابلیت اعتماد بر اساس رابطه لاگ نرمال می‌باشد، که اگر ضریب اطمینان حاصله در این حالت را با روش‌های قطعی مورد مقایسه قرار دهیم، تقریباً از دقت مناسبی برخوردار می‌باشد و همانطور که در روش‌های قطعی



شکل ۱۳. نتیجه ارزیابی پایین دست مدل شده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو بر پایه اسپنسر

منظور همگرایی ضریب اطمینان و احتمال شکست نتایج دقیق‌تری بدست خواهد آمد. جدول ۳ تعداد نمونه‌گیری بر

در روش شبیه‌سازی مونت کارلو نکته مهمی که باید به آن اشاره کرد تعداد نمونه‌گیری بر پایه ضریب اطمینان پایداری سد است به گونه‌ای که با افزایش تعداد نمونه‌گیری‌ها به

پایه ضریب اطمینان پایداری سد را با شبیه‌سازی مونت کارلو به روش اسپنسر را نشان می‌دهد.

جدول ۳. تاثیر تعداد نمونه‌گیری بر پایه شبیه‌سازی مونت کارلو به روش اسپنسر

Confidence factor barrier upstream of the spencer method	Confidence factor barrier downstream of the spencer method	Number of samples
2.43345	1.24108	500
2.43347	1.24111	1000
2.43343	1.24116	10000
2.43342	1.24117	100000
2.43342	1.24117	1000000
2.43342	1.24117	1500000

همانطور که در جدول ۳ نشان داده شده است پس از تعیین ۱۰۰۰۰۰ نمونه، با افزایش تعداد نمونه‌گیری در روش شبیه‌سازی مونت کارلو تغییری در مقدار ضریب اطمینان ایجاد نمی‌شود. بنابراین حداقل تعداد نمونه لازم در روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای تعیین سطح لغزش بصورت

احتمالاتی برابر ۱۰۰۰۰۰ است. در نهایت نتایج به دست آمده از تحلیل احتمالاتی توسط نرم‌افزار در پایین دست و بالادست سد با استفاده از ترکیب روش‌های مختلف تعادل حدی و روش شبیه‌سازی مونت کارلو در جدول ۴ خلاصه شده است.

جدول ۴. نتایج بدست آمده از تحلیل احتمالاتی توسط نرم‌افزار اسلاید توسط روش مونت کارلو

Barrier downstream				Barrier upstream				Calculated parameters
Spencer	Bishop	Janbo	Flenius	Spencer	Bishop	Janbo	Flenius	Methods
1.24	1.24	1.22	1.25	2.43	2.43	2.37	2.30	Definite safety factor
0.134	0.134	0.110	0.136	0.255	0.255	0.249	0.24	S.D safety factor
1.245	1.24	1.23	1.26	2.45	2.44	2.39	2.32	Mean safety factor
0.887	0.887	0.906	0.902	1.76	1.76	1.72	1.67	Minimum safety factor
1.74	1.74	1.67	1.76	3.41	3.41	3.32	3.22	Maximum safety factor
2.24	2.34	1.08	1.59	0	0	0	0	Probability of failure (percent)
1.84	1.85	2.10	1.95	5.67	5.66	5.57	5.45	Reliability index (normal distribution)
2.00	2.02	2.29	2.15	8.55	8.55	8.33	8.04	Reliability index (lognormal distribution)

غیرقطعی (احتمالاتی) پایداری سد خاکی رودبار لرستان مورد ارزیابی قرار گرفت. پس از مدل‌سازی و بررسی شرایط پایداری سد به روش‌های مختلف قطعی جانبی، بیشاپ، فلینیوس، اسپنسر و روش احتمالاتی شبیه‌سازی مونت کارلو، در قسمت بالادست سد با توجه به صفر بودن احتمال شکست و بالا بودن شاخص قابلیت اعتماد نیازی به نگهداری دیواره‌های سد ندارد. ولی در رابطه با دیواره پایین دست سد با توجه به غیر صفر بودن احتمال شکست (تقریباً ۲ درصد) احساس نیاز به تقویت این دیواره را افزایش می‌دهد ولی تا مادامی که حداقل احتمال شکست زیر ۵ درصد باشد، احتمال شکست نیازمند تصمیم‌گیری جدی نمی‌باشد.

#### ۱۰. نتیجه‌گیری

مسئله‌ی مهم و حائز اهمیت در شیوه‌های کنونی طراحی سد، وجود عدم قطعیت‌های موجود در ساخت سد است که روش‌های معمول طراحی سد آن‌ها را در نظر نمی‌گیرند. گاهی اوقات این عدم قطعیت‌ها به اندازه‌ای است که باعث کاهش اعتبار محاسبات می‌شود. از این نیاز به استفاده از روش‌های احتمالاتی برای در نظر گرفتن این عدم قطعیت‌ها امری محسوس می‌باشد. در تحقیق موجود به منظور استفاده از روش احتمالاتی در سدهای خاکی، سد خاکی رودبار لرستان به عنوان مطالعه‌ی موردی انتخاب شده و پارامترهای چسبندگی، زاویه‌ی اصطکاک داخلی و وزن مخصوص به عنوان منابع عدم قطعیت در سد در نظر گرفته شد.

در ادامه با توجه به مدل‌سازی صورت گرفته و در نظر گرفتن تمامی اجزای سد برای هر چه دقیق‌تر شدن مدل‌سازی و به دنبال آن نتایج بدست آمده از دو طریق روش‌های قطعی و

## منابع

- Alonso E.E., 1976, "Risk analysis of slopes and its application to slopes in Canadian sensitive clays", *Geotechnique*, 26: 453-472.
- Bhattacharya G., Jana D., Ojha S., Chakraborty S., 2003, "Direct search for minimum reliability index of earth slopes", *Computers and Geotechnics*, 30: 455-462.
- Cao Z., Wang Y., Li D. (2017) "Practical reliability analysis of slope stability by advanced Monte Carlo simulations in a spreadsheet". In: *Probabilistic Approaches for Geotechnical Site Characterization and Slope Stability Analysis*. Springer, pp 147-167
- Cho S.E., 2013, "First-order reliability analysis of slope considering multiple failure modes", *Engineering Geology*, 154: 98-105.
- Christian J.T., Ladd C.C., Baecher G.B., 1994, "Reliability applied to slope stability analysis", *Journal of Geotechnical Engineering*, 120: 2180-2207.
- Dodagoudar G., Venkatachalam G., 2000, "Reliability analysis of slopes using fuzzy sets theory", *Computers and Geotechnics*, 27: 101-115.
- Erzin Y., Cetin T., 2013, "The prediction of the critical factor of safety of homogeneous finite slopes using neural networks and multiple regressions", *Computers & Geosciences*, 51: 305-313.
- Farah K., Ltfi M., Hassis H., 2011, "Reliability analysis of slope stability using stochastic finite element method", *Procedia Engineering*, 10: 1402-1407.
- Giasi C., Masi P., Cherubini C., 2003, Probabilistic and fuzzy reliability analysis of a sample slope near Aliano, *Engineering Geology*, 67: 391-402.
- Hammah R., Yacoub T., Curran J. "Probabilistic slope analysis with the finite element method". In: *43rd US Rock Mechanics Symposium & 4th US-Canada Rock Mechanics Symposium*, 2009. American Rock Mechanics Association ,
- Hong H., Roh G., 2008, "Reliability evaluation of earth slopes", *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, 134: 1700-1705.
- Jha S.K., 2015, "Effect of spatial variability of soil properties on slope reliability using random finite element and first order second moment methods", *Indian Geotechnical Journal*, 45: 145-155.
- Johari A., Fazeli A., Javadi A., 2013, "An investigation into application of jointly distributed random variables method in reliability assessment of rock slope stability", *Computers and Geotechnics*, 47: 42-47.
- Kaciewicz M., 1987, "Fuzzy slope stability method", *Mathematical Geology*, 19: 757-767.
- Li D.-Q., Jiang S.-H., Cao Z.-J., Zhou W., Zhou C.-B., Zhang L.-M., 2015, "A multiple response-surface method for slope reliability analysis considering spatial variability of soil properties", *Engineering Geology*, 187: 60-72.
- Li D.-Q., Xiao T., Cao Z.-J., Phoon K.-K., Zhou C.-B., 2016, Efficient and consistent reliability analysis of soil slope stability using both limit equilibrium analysis and finite element analysis, *Applied Mathematical Modelling*, 40: 5216-5229.
- Li D., Chen Y., Lu W., Zhou C., 2011, "Stochastic response surface method for reliability analysis of rock slopes involving correlated non-normal variables", *Computers and Geotechnics*, 38: 58-68.
- Liang L., Xue-song C., 2012, "The location of critical reliability slip surface in soil slope stability analysis", *Procedia Earth and Planetary Science*, 5: 146-149.
- Low B., Lacasse S., Nadim F., 2007, "Slope reliability analysis accounting for spatial variation", *Georisk*, 1: 177-189.
- Malkawi A.I.H., Hassan W.F., Abdulla F.A., 2000 "Uncertainty and reliability analysis applied to slope stability", *Structural Safety*, 22: 161-187.
- Phoon K.-K. (2008) *Reliability-based design in geotechnical engineering: computations and applications*. CRC Press ,
- Radhi M.M., Pauzi N.M., Omar H. "Probabilistic approach of rock slope stability analysis using Monte Carlo simulation". In: *International Conference in Construction and Building Technology*, Malayzya, 2008 .
- Saboya Jr F., da Glória Alves M., Pinto W.D., 2006, "Assessment of failure susceptibility of soil slopes using fuzzy logic", *Engineering Geology*, 86: 211-224.