

ارزیابی تاثیر لایه ضعیف در خاک لایه بندی شده با تحلیل چندایستگاهی امواج سطحی

محمد مهدی مرادی^۱، حسین رهنما^۲، سهراب میراثی^{۳*}

پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۷/۲۲

دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۲/۱۱

چکیده

شناخت مشخصات زیرسطحی خاک یک پروژه و شناسایی ناهنجاری زیر سطحی همچون وجود لایه ضعیف از مهمترین بخش یک طرح مهندسی می باشد. در این مقاله از روش تحلیل ایستگاهی امواج سطحی جهت شناسایی ناهنجاری زیرسطحی استفاده شده است. با شبیه سازی در محیط نرم افزار اجزا محدود اباکوس (ABAQUS)، تاثیر وجود لایه ضعیف در میان لایه های سخت خاک مورد ارزیابی واقع شده است. در این راستا، تاثیر تغییرات پارامتر ضخامت لایه ضعیف و عمق قرار گیری لایه ضعیف با نتایج یک خاک دو لایه مقایسه گردیده است. مقادیر ۲، ۴، ۶ و ۸ متر برای لایه ضخامت ضعیف و قرارگیری لایه ضعیف در اعماق ۲، ۴، ۶ و ۸ متر انتخاب و مورد ارزیابی واقع شده است. نتایج خروجی بدست آمده در نرم افزار متلب (MATLAB) مورد پردازش و مقایسه قرار داده شدند. نتایج حاصل از تاثیر عمق قرارگیری لایه ضعیف در میان دو لایه سخت نشان دادند که وجود لایه ضعیف سبب ایجاد ناپیوستگی و پرش در طیف پراکندگی امواج رایلی شده است که با مقایسه های انجام شده مشخص گردید با افزایش عمق مدفون لایه ضعیف، موقعیت ناپیوستگی و پرش از فرکانس های بالاتر به سمت فرکانس های پایین جابجا شده است. تاثیر عمق و ضخامت لایه ضعیف به صورت ناپیوستگی و پرش های متعدد در طیف پراکندگی امواج رایلی خود را نشان دادند و به تناسب با افزایش ضخامت لایه ضعیف، تعداد پرش ها نیز افزایش داشته اند که این پرش ها به سمت فرکانس های پایین تر متمایل شده اند.

کلید واژه ها: لایه ضعیف، امواج رایلی، لایه بندی با سختی معکوس، طیف پراکندگی، عمق و ضخامت.

۱- کارشناسی ارشد ژئوتکنیک گروه عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

۲- استادیار گروه عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

۳- استادیار گروه مهندسی عمران، واحد شهرکرد، دانشگاه آزاد اسلامی، شهرکرد، ایران. sohrab.mirasi@yahoo.com

* مسئول مکاتبات

۱. مقدمه

وجود ناهنجاری‌های زیرسطحی همانند حفره، فروچاله، لایه‌های ضعیف زیرسطحی، گسل، تونل که توسط انسان یا به صورت طبیعی ایجاد شده‌اند می‌توانند خطرات جدی برای محیط زیست و یا ساختگاه‌های پروژه‌های مهندسی داشته باشند. فرارگیری لایه ضعیف در بین دو لایه سخت از جمله ناهنجاری‌هایی می‌باشد که پتانسیل نشست را افزایش می‌دهد و شناسایی ضخامت و عمق قرارگیری این لایه‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد (Rahnema and Mirassi, 2014) و (2016 &). شناسایی هر چه دقیق‌تر این پدیده می‌تواند در کنترل و جلوگیری از خطرات احتمالی آن‌ها نقش مؤثری ایفا نماید. روش تحلیل امواج سطحی یک روش لرزه‌ای غیرمخرب می‌باشد که از اواسط قرن بیستم تا به امروز به جهت شناسایی مشخصات لایه‌های خاک و ناهنجاری زیرسطحی از این روش استفاده می‌گردد (Jones, 1958). روش تحلیل امواج لرزه‌ای سطحی به دو طریق انجام می‌شود. ۱- روش تحلیل طیفی امواج سطحی که توسط نظریان و همکاران برای اولین بار ابداع گردید، متشکل از یک منبع ارتعاش که غالباً چکش استاندارد بوده و دو گیرنده می‌باشد که برای بدست آوردن سرعت فازی محیط خاک و در نتیجه پروفیل سرعت موج برشی از این روش استفاده می‌شود (Nazarian et al., 1983). ۲- روش تحلیل چند کاناله امواج سطحی که برای اولین بار توسط پارک و همکاران (Park et al., 1996) ارائه شد. روش تحلیل چند کاناله امواج سطحی یکی از روش‌های غیرمخرب و پرکاربرد برای برداشت و تحلیل امواج سطحی می‌باشد که در آن تعداد ژئوفون‌ها بیشتر از ۱۲ عدد می‌باشد و با فاصله مساوی در یک چیدمان خطی قرار می‌گیرند. نظر به توسعه و قابلیت روش‌های جدید لرزه‌ای در زمینه ژئوتکنیک، می‌توان از این روش‌ها متناسب با دقت و سرعت بالای آن‌ها استفاده نمود. رایلی (Rayleigh, 1885) وجود امواج رایلی را اثبات کرد که نقش اساسی در انتقال انرژی به فواصل زیاد را بر عهده دارد. در واقع در زمانی که ارتعاشی ایجاد می‌گردد و میدان موج تشکیل می‌شود، امواج رایلی ۶۷ درصد انرژی میدان موج را منتقل می‌نمایند

(Richart et a., 1970). روش‌های امواج رایلی بیشترین پتانسیل را جهت شناسایی ناهنجاری‌های زیرسطحی دارند (Aminnejad and Butt, 2003). روش تحلیل امواج سطحی قادر به بررسی ناهنجاری‌های زیرسطحی تا عمق ۳۰ الی ۴۰ متر از سطح زمین می‌باشند (Ivanov et al., 2003). از طرفی کاهش دامنه‌ی امواج رایلی نسبت به امواج حجمی در یک فاصله‌ی مشخص از منبع موج مولد کمتر می‌باشد (Footi (2000), پارک و همکاران (Park et al., 1999) با پیوسته بودن فرکانس ارتعاش‌های ایجاد شده در آزمایش امواج سطحی، تشخیص دادند که نوفه‌ها در چه فرکانسی هستند و با فیلترکردن دامنه‌ی فرکانسی ارتعاشی دقت منحنی پراکندگی و در نتیجه پروفیل سرعت موج برشی را افزایش دادند. روش‌های جدیدی همچون روش‌های انعکاسی و انکساری و تحلیل چند ایستگاهی امواج سطحی با استفاده از امواج رایلی و طولی می‌تواند در جهت شناسایی تغییرات و ناهنجاری زیرسطحی بسیار مفید و کارآمد باشند (Coduto, 2015). در راستای شناسایی ناهنجاری‌های زیرسطحی مطالعات متعددی انجام شده است که می‌توان به تحقیقات اخیر رهنما و میراثی (۱۳۹۹) اشاره کرد که با بررسی عددی و مدل‌سازی به روش اجزا محدود مشخص نمودند که کوتاه‌ترین طول موج و ضخامت لایه‌های سطحی خاک تعیین‌کننده فاصله‌ی بین گیرنده‌ها می‌باشد و همچنین طول آرایه گیرنده‌ها و دورافت می‌بایست براساس بزرگترین طول موج و عمق شناسایی انتخاب شوند. هرچه تعداد ژئوفون‌ها بیشتر و فاصله بین آن‌ها و گام فرکانسی انتخاب شده کمتر باشد وضوح بهتری از منحنی پراکندگی سرعت فازی حاصل می‌گردد (رهنما و دشتی ۱۳۹۵). رهنما و احسانی نژاد (۱۳۹۶) در بررسی حفرات زیرسطحی، با انتقال داده‌های منکسر شده‌ی موج رایلی به حوزه‌ی فاصله و فرکانس، و با ترسیم نمودار انرژی نشان دادند که در محل حفره تمرکز انرژی وجود دارد و در موقعیت پس از حفره نمودار انرژی دچار اغتشاش می‌گردد و از طرفی هرچه حفره در اعماق پایین‌تری قرار گیرد شکست امواج رایلی کمتر می‌باشد. رهنما و همکاران (Rahnema et al., 2020) همچنین به منظور

پردازش می شوند و در نهایت منحنی های پراکندگی ترسیم می گردند.

۲. روش تحقیق

۲-۱. منحنی پراکندگی

سرعت امواج رایلی به دلیل حضور گرادیان سرعت متوسط قائم (که متناسب با طول موج انتشار یافته می باشد) متغیر می باشد و برای یک محیط با لایه های افقی، سرعت انتشار امواج رایلی (V_R) تابعی از فرکانس (f) می باشد. به این ویژگی امواج سطحی، خاصیت پراکنشی گفته می شود. بنابراین، در محیط همگن، که دارای ویژگی مکانیکی یکسانی در تمامی محیط می باشد، امواج سطحی نیز در تمامی فرکانس ها (و یا تمامی طول موج ها (λ) ، زیرا $V_{ph} = \lambda \cdot f$) دارای سرعت فازی یکسانی است اما در محیط های لایه ای، که هر لایه دارای خواص مکانیکی خاص خود می باشد، امواج سطحی سرعت های فازی متفاوتی برای فرکانس های مختلف نشان می دهند و به عبارتی دیگر، امواج با طول موج مختلف متناسب با عمقی که نفوذ می کنند، سرعت فازی متفاوتی خواهند داشت (Hesse and Cawley, 2006). سرعت فازی تابعی از فرکانس می باشد و این طبیعت پراکنشی امواج سطحی را می توان با ترسیم فرکانس در برابر سرعت فازی نمایش داد و منحنی پراکندگی را به دست آورد. در محیط های غیرهمگن، که دارای لایه بندی خاص می باشند، در هر فرکانس چندین طول موج می تواند وجود داشته باشد. بنابراین، برای هر فرکانس ممکن است سرعت های متفاوتی وجود داشته باشد که هر یک از آنها مربوط به یک مد انتشار می باشند و مدهای متفاوتی می توانند به صورت همزمان حضور داشته باشند (Yilmaz, 1987). داده های لرزه ای ثبت شده توسط دستگاه لرزه نگار و یا به دست آمده از مدلسازی عددی، در حوزه زمان-فاصله ($x-t$) می باشند که برای ترسیم منحنی پراکندگی حاصل از این داده ها، باید این داده ها به حوزه فرکانس-عدد موج ($f-k$) انتقال داده شوند.

شناسایی حفره ها و ناهمگنی های موجود در لایه های خاک با مدلسازی روش تحلیل چندکاناله امواج سطحی در نرم افزار اجزا محدود آباکوس به بررسی وجود حفرات زیرسطحی و حفره های پر شده از بتن پرداختند و نشان دادند که در اعماق کم میزان شکست امواج رایلی ناشی از حفره پر شده از بتن و حفره در زیر زمین تفاوت آنچنانی ندارد ولی هرچه حفره از منبع ارتعاش دورتر باشد شکست امواج رایلی دارای انرژی کمتری می باشد. وجود لایه های ضعیف و حفرات در لایه بندی خاک، موجب پخش انرژی امواج سطحی در فرکانس های مختلف و حتی بی نظمی در منحنی پراکندگی می شود و سبب می شود که طول موج ها به عمق هدف برگردانده شوند و همچنین باعث تغییر مود اساسی از مود اول به مود های بالاتر می شود (Catalina Orazco, 2003; Ivanov, 2003). شیان سونگ و همکاران (Song and Gu, 2007) با مطالعه بر روی لایه زیر اساس جاده ای در شهر هنان (Henan) چین و با مقایسه نتایج آزمایش تحلیل امواج سطحی و حفر گمانه در ساختگاه پروژه نشان دادند که با استفاده از داده های مود اول، دوم و سوم منحنی پراکندگی و به جهت برگردان نتایج و بدست آوردن پروفیل سرعت موج برشی لایه زیر اساس، میزان خطا به زیر ۵ درصد خواهد رسید و دقت نتایج پروفیل سرعت موج برشی با واقعیت بسیار بالاتر می شود. توجه به گسترش روز افزون بکارگیری روش های امواج سطحی و نظر به اینکه روش آنالیز امواج سطحی یک روش موثر و دقیق به جهت شناسایی ناهنجاری های زیر سطحی اعم از وجود حفره (Mirassi and Rahnema, 2020; Mirassi et al., 2020)، تغییرات جانبی و لایه ضعیف می باشد، لذا در این مقاله سعی شده است به بررسی و شناسایی پارامتریک لایه ضعیف پرداخته شود. همچنین می توان اظهار داشت وجود لایه ضعیف زیرسطحی تاثیر بسزایی در طراحی های مهندسی دارد و شناسایی آن سبب می شود تا از رخداد مشکلات احتمالی جلوگیری بعمل آید. مدلسازی و شبیه سازی ها در نرم افزار آباکوس انجام شده و داده های تصنعی و خام برداشت می گردند و با استفاده از کدنویسی های انجام شده در برنامه متلب، داده های تصنعی

به نوعی طول ALID ها تأثیر مستقیم بر روی اختلاف نسبی امپدانس اجزا در مرز جاذب دارند (Olsson, 2012). جهت میرا کردن موج‌ها در مرزهای سمت راست، چپ و مرز پایین، از چیدمان افزایشی میرایی لایه‌ها یا همان ALID استفاده شده است (Atkinson, 2000). تعداد ALID ها مطابق تحلیل‌های انجام شده ۱۰ لایه ALID یک متری جهت جذب بهتر موج‌های رسیده انتخاب شده است و مشخصات لایه‌ها کاملاً برابر با محیط مجاورشان می‌باشد. فاصله منبع تا نزدیک ترین لایه ALID ۱۰ متر در نظر گرفته شده است تا اثر امواج بازگشتی به درستی با اثر امواج مستقیم تفکیک داده شوند. میرایی مورد استفاده در هر ALID از نوع میرایی رایلی [C] می‌باشد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (1)$$

که $[M]$ و $[K]$ به ترتیب ماتریسهای جرم و سختی و α و β به ترتیب ضرایب میرایی جرم و سختی می‌باشند. β به دلیل حساسیتی که در حل مسائل دینامیکی دارد، نیازمند بارگذاری با بازه های زمانی بسیار کوچک است که باعث افزایش زمان و صرف هزینه زیاد برای حل مسئله می‌شود، بنابراین، توصیه شده است که $\beta = 0$ در نظر گرفته شود. مقادیر α که در این تحقیق برای لایه های ALID استفاده شده است، به صورت تدریجی افزایش می یابند. این ضرایب به صورت مضربی از ۲ و متناسب با میرایی محیط خاک مدل شده برای هر ناحیه در حال افزایش هستند و این افزایش باید به نحوی باشد که موجب تغییر شدید میرایی بین دولایه ALID و در نتیجه، بازگشت موج در مرز دولایه نشود (Rahnema et al., 2021; Mirassi and Rahnema 2020). در جدول ۱ مشخصات میرایی لایه های جاذب ارایه شده است.

روش انتقال (f-k) بر پایه تبدیل فوریه دوبعدی بر روی داده های لرزه ای استوار می باشد. به عبارت دیگر، با اعمال یک مرتبه تبدیل فوریه بر روی داده های لرزه ای، داده ها از حوزه زمان-فاصله (x-t) به فرکانس-فاصله (f-x) به دست می آیند و با اعمال یک مرتبه تبدیل فوریه براساس فاصله و مکان بر روی داده های حوزه (f-x)، داده ها به حوزه (f-k) انتقال می یابند. سپس، باید مقادیر فرکانس، f، و عدد موج، k، متناظر با حداکثر انرژی امواج سطحی به دست آیند و سرعت فازی، V_{ph} ، با استفاده از فرمول ($V_{ph} = f/k$)، محاسبه گردد و در نهایت، با ترسیم فرکانس در برابر سرعت فازی، منحنی پراکندگی به دست خواهد آمد (Ben-Menahem, 1995).

۲-۲. روش اجزا محدود و مرزهای جاذب

روش اجزای محدود (Finite Elements Method) یا به اختصار (FEM) به عنوان یک روش موفقیت آمیز در مسائل انتشار امواج بکار برده شده است (Cataings et al., 2004; Hesse and Cawley, 2006; Lou and Rose, 2007). شبیه سازی اجزای محدود برای بارهای ضربه ای روی سطح آزاد سبب برگشت انرژی قابل توجهی از طرف مرزهای اجزای نامحدود می شود (Drozd, 2008). بنابراین مرزهای اجزای نامحدود برای مدل سازی های پیچیده انتشار امواج در آزمایش های امواج سطحی برای محیط دو و سه بعدی مناسب نیستند. از سوی دیگر، مرزهای جاذب تحت عناوین لایه های جاذب با افزایش میرایی (Absorbing Layers using Increasing Damping) و لایه تطابق کامل (Perfectly Matched Layers) که به طور اختصار (ALID) و (PML) نامیده می شوند، به نحو قابل ملاحظه ای اندازه محاسباتی و هندسی مدل عددی را کاهش می دهند (Rajagopal et al., 2012). در این مقاله، از لایه های جاذب با افزایش میرایی به علت راحتی و فراهم بودن نحوه اعمال میرایی رایلی، استفاده شده است (Davoodi et al., 2018; Lin and Ashlock, 2014). ضخامت ALID ها و

جدول ۱. مشخصات لایه های خاک

ALID Layers										
	1 st Layer	2 nd Layer	3 rd Layer	4 th Layer	5 th Layer	6 th Layer	7 th Layer	8 th Layer	9 th Layer	10 th Layer
Rayleigh Damping Factor (α)	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048

۳-۲. مدل سازی

از آن صورت می گیرد. منبع مورد استفاده برای تولید امواج سطحی می تواند منبع ضربه ای باشد که در بیشتر مواقع می توان از چکشهای کوچک برای تولید فرکانس های بالا و پرتاب وزنه برای تولید فرکانس های پایین استفاده نمود. برای ثبت ارتعاشات نیز از ژئوفون های قائم و افقی استفاده می شود که به دستگاه ثبت داده های دیجیتال متصل است. تعداد ژئوفون ها، فاصله ی آنها و بازه های ثبت داده ها نیز برای یک داده برداری با کیفیت، دارای اهمیت بسیاری می باشد. در واقع داده برداری بایستی طوری طراحی گردد که اثرات امواج حجمی و امواج رایلی نشأت گرفته از منابع دیگر و نویزها را کاهش دهد؛ به طوری که نسبت سیگنال به نویز در حد قابل قبولی باشد (Shwenk, 2016). بار ضربه ای که برای ایجاد امواج سطحی استفاده می شود، باید به صورتی اعمال گردد که محتوای فرکانسی به اندازه لازم قادر به نفوذ در تمامی لایه ها باشد (Moss, 2008). بار لرزه ای ریکر بعنوان یکی از منابع لرزه ای فعال به صورت گسترده در مطالعات ژئوتکنیکی استفاده می گردد. در این مقاله نیز از بار لرزه ای وارد شده به سطح زمین با فرکانس مرکزی ۵۰ هرتز استفاده شده است که به آن بار ریکر ۵۰ نیز گفته می شود. بار ریکر در فضای زمان و فرکانس به صورت زیر بیان می شود:

$$R(t) = (1 - 2\pi^2 f^2 t^2) e^{-\pi^2 f^2 t^2} \quad (2)$$

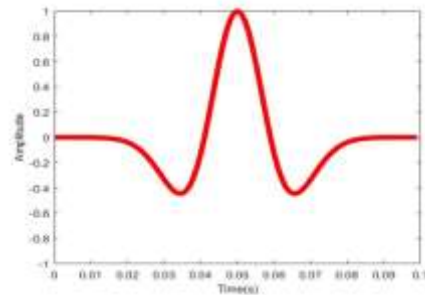
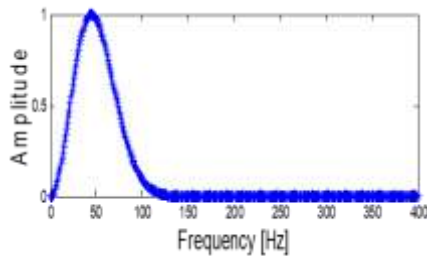
در این مقاله، روش اجزای محدود برای شبیه سازی انتشار امواج در محیط های الاستیک خطی استفاده شده است. نظر به اینکه سطح کرنش متناسب با آزمایش های ژئوفیزیکی تقریباً خیلی کوچک می باشد بنابراین به صورت گسترده پذیرفته شده که تئوری الاستیک خطی یک چهارچوب سازگار برای تفسیر تست های لرزه ای فراهم می نماید. با این وجود، پارامترهای کرنش-کوچک نقش قابل توجهی را برای محدوده وسیعی از مسائل ژئوتکنیک بازی می کند (Atkinson, 2000; Chai et al, 2012). در تست های لرزه ای همچون تحلیل چند ایستگاهی امواج سطحی، کرنش های الاستیک ایجاد شده کوچک تر از 0.001% می باشد؛ بنابراین می توان در مدل سازی ها از محیط الاستیک خطی استفاده نمود. مشخصات محیط الاستیک خطی شامل مدول الاستیک، نسبت پواسون، جرم مخصوص و میرایی مصالح می باشند که در ادامه ارائه شده است.

تمام مدل سازی ها با استفاده از روش اجزای محدود در نرم افزار آباکوس نسخه 6.14 صورت پذیرفته است (ABAQUS V6.14, 2014). ابعاد مدل های استفاده شده در این مقاله دارای عمق ۱۴ و طول ۴۰ متر می باشند. نحوه قرارگیری لایه ها کاملاً افقی می باشند و تعداد ۴۸ ژئوفون که به فاصله ی نیم متر از یک دیگر چیده شده اند و همچنین فاصله محل قرارگیری منبع ارتعاش از مرز محیط مدل ۱۰ متر می باشد که در شکل ۲ مشاهده می گردد. مشخصات لایه بندی خاک در جدول ۲ ارائه شده است. برداشت داده های لرزه ای به طور معمول، با یک منبع فعال سطحی و ثبت جبهه ی موج ناشی

$$R(f) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{f^2}{f_M^3} e^{-\frac{f^2}{f_M^2}} \quad (3)$$

در دو حوزه فرکانس و زمان نشان داده شده است که با قرار دادن مدت زمان بار وارده بر محیط حاصل می شوند (Rahnema et al., 2021).

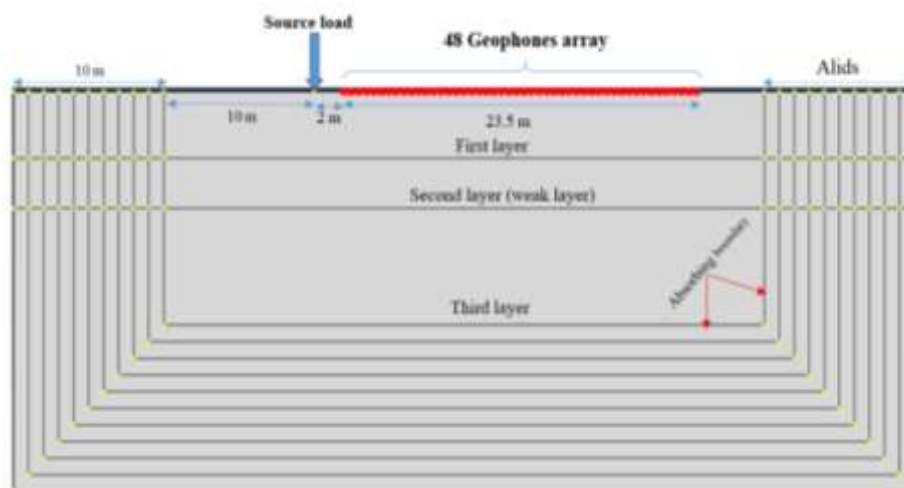
که t ، f ، f_M و R به ترتیب نشانگر زمان، فرکانس، فرکانس غالب و بار ریکر می باشد. در شکل ۱ بار لرزه ای یا ارتعاشی اعمال شده در سطح زمین با فرکانس مرکزی (غالب) ۵۰ هرتز



شکل ۱. بار ریکر ۵۰ هرتز در فضای زمان (راست) و فرکانس (چپ)

جدول ۲. مشخصات لایه بندی خاک

Damping	Poisson's ratio	Specific weight (kg/m ³)	Elastic modulus (MPa)	Compressional wave velocity (m/s)	Shear wave velocity (m/s)	Soil layers
2.5	0.33	1800	192	400	200	First Layer
2.5	0.33	1750	46	200	100	Second Layer (weak layer)
2.5	0.33	1900	454	800	400	Third Layer

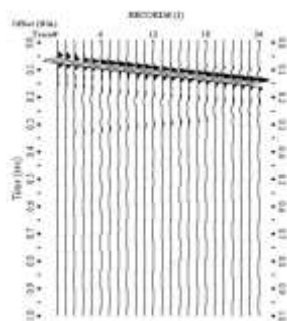


شکل ۲. مشخصات مدل خاک سه لایه و نحوه قرارگیری لایه ها و جزئیات مدل

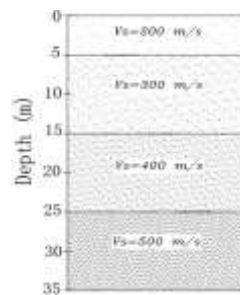
۴-۲. صحت سنجی

است. نتایج بدست آمده نشان از همخوانی قابل قبول منحنی پراکنش حاصل از نتایج مدل سازی با منحنی پراکنش حاصل از نتایج (Yoon and Rix, 2009) (تابع گرین) دارد، که نشان از صحت مدل سازی ها و خروجی کدهای متلب دارد.

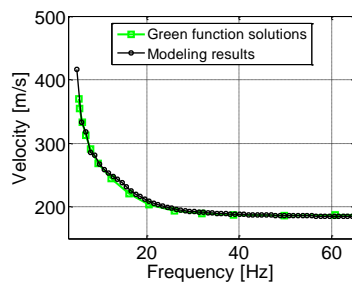
برای صحت سنجی خروجی نرم افزار آباکوس و کدهای نوشته شده در برنامه متلب از مدل خاک چهار لایه با پروفیل سرعت موج برشی مطابق شکل ۳-الف استفاده شده است (Mirrasi et al, 2020). طیف سرعت امواج رایلی و منحنی پراکنندگی مربوطه به ترتیب در شکل ۳-ب و شکل ۳-ج نشان داده شده



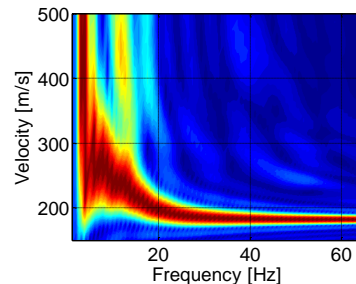
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۳. صحت سنجی نتایج روش اجزا محدود و کدهای متلب: (الف) میدان امواج حاصل از آزمایش لرزه ای؛ (ب) مشخصات مدل خاک چهار لایه (یون و ریکس، ۲۰۰۹)؛ (ج) مقایسه نتایج روش اجزا محدود با نتایج تابع گرین (د) طیف سرعت فاز امواج

۳. بحث و نتایج

ضخامت لایه ضعیف، از مدل یک لایه ضعیف به ضخامت های ۲، ۴، ۶ و ۸ متر در بین دو لایه با سختی بیشتر بهره گیری شده و طیف پراکنندگی مربوط به هر مدل ترسیم گردیده است و سپس نتایج حاصله در فضای طیف پراکنندگی امواج رایلی مورد ارزیابی و مقایسه واقع شده است. در بخش های زیر ابتدا تاثیر

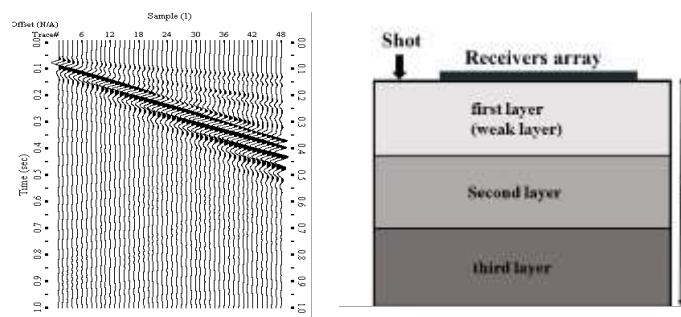
در این مقاله برای بررسی هر یک از پارامترهای عمق و ضخامت، از چهار مدل مختلف بهره گیری شده است. در بخش بررسی پارامتر عمق قرارگیری لایه ضعیف، یک لایه به ضخامت ۲ متر که دارای سختی کمتری نسبت به لایه بالاتر و پایین تر خود می باشد در عمق های ۲، ۴، ۶ و ۸ متر از سطح زمین قرار داده شده است. همچنین جهت بررسی پارامتر

گرفته شده است. در شکل ۴ میدان امواج بر حسب فاصله-زمان و طیف پراکندگی حاصل از پردازش داده ها نمایش داده می شود. همانطور که در شکل ۴-ج مشاهده می شود طیف پراکندگی بصورت کاملاً یکنواخت و بدون هیچ گونه پرش در فرکانس های بالاتر به سرعت موج رایلی لایه اول مجانب شده است.

عمق های گوناگون لایه ضعیف و سپس تاثیر ضخامت های متفاوت لایه ضعیف بررسی و ارزیابی شده است.

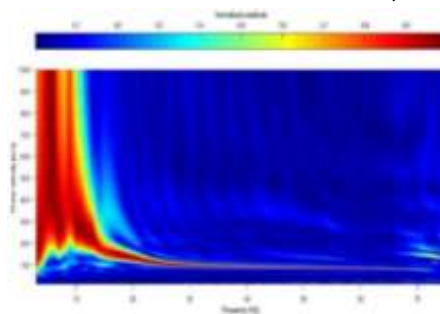
۳-۱. تاثیر عمق قرارگیری لایه ضعیف

در این بخش به بررسی یک محیط ۳ لایه با لایه بندی سختی نرمال پرداخته می شود بطوریکه با افزایش عمق سختی لایه ها افزایش یابد و لایه ضعیف در لایه اول قرار گرفته شده است و مشخصات خاک طبق جدول ۲ در نظر



(الف)

(ب)



(ج)

شکل ۴. نتایج مدل سازی خاک سه لایه: (الف) داده های تصنعی و خام حاصل از برداشت گیرنده ها در فضای زمان-فاصله نحوه

قرارگیری لایه ها؛ (ب) نحوه قرارگیری لایه ها (ج) طیف پراکندگی نظری امواج رایلی حاصل از نرم افزار MATLAB

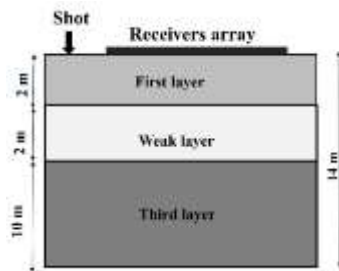
۳-۱-۱. لایه ضعیف در عمق ۲ متر

مدل خاک ۳ لایه با مشخصات ذکر شده در جدول ۲ در این قسمت مد نظر قرار داده شده است. در این مدل لایه ضعیف به ضخامت ۲ متر در زیر لایه اول به ضخامت ۲ متر قرار داده شده است. به عبارتی دیگر لایه ضعیف در عمق مدفون ۲ متری قرار دارد. پس از برداشت داده های مصنوعی، تحلیل های چندایستگاهی امواج سطحی در نرم افزار متلب صورت پذیرفته است و نتایج حاصله به صورت طیف پراکندگی امواج رایلی در شکل ۵-الف نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده

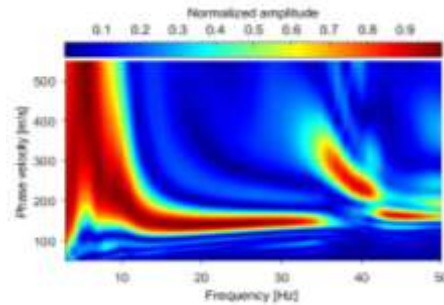
خاک با لایه بندی با سختی معکوس به لایه بندی گفته می شود که با افزایش عمق در خاک، سختی خاک کاهش یابد و یا اینکه یک لایه ضعیف در میان دو لایه سخت به دام افتاده باشد. در شکل ۵ الف شماتیک کلی محل قرارگیری لایه ضعیف در مدل خاک با لایه بندی سختی معکوس ترسیم گردیده است. لایه بندی در این قسمت کاملاً افقی می باشد و یک لایه ضعیف به ضخامت دو متر در عمق های مختلف قرار گرفته است. همانطور که در شکل ۵-ب مشاهده می گردد، یک

می باشد تاثیر خود را به صورت ایجاد ناپیوستگی و پرش در طیف پراکندگی امواج رایلی نشان داده است. این پرش در فرکانس ۳۷ هرتز پدیدار شده که به وضوح قابل رویت می باشد.

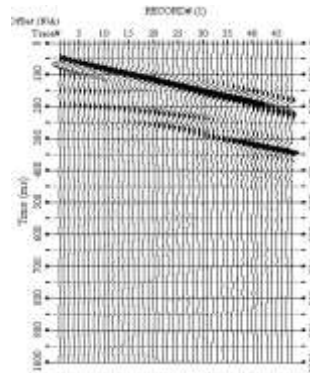
می شود سرعت حاصله در فرکانس های بالا مربوط به لایه سطحی با سرعت موج برشی ۲۰۰ متر بر ثانیه می باشد و سرعت های بیشتر در فرکانس های پایین مربوط به لایه سوم می باشد و نظر به اینکه لایه ضعیف دارای سرعت متفاوت تری



(الف)



(ب)



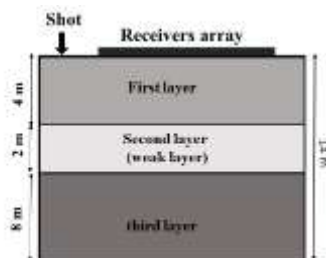
(ج)

شکل ۵. نتایج مدل خاک دولایه: (الف) نحوه قرارگیری لایه ها، (ب) منحنی پراکندگی امواج رایلی، (ج) میدان امواج حاصل از آزمایش لرزه ای

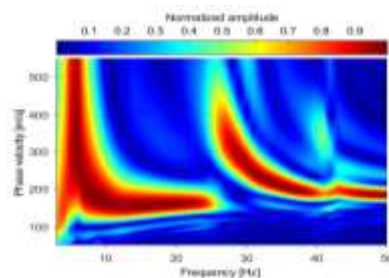
۱-۲. لایه ضعیف در عمق ۴ متر

پراکندگی دچار یک پرش و ناپیوستگی در محدوده فرکانسی ۲۷ هرتز شده است که میزان پرش بزرگتر و محسوس تر از حالت قبل می باشد.

در این قسمت، لایه ضعیف در عمق ۴ متری از سطح زمین و زیر لایه اول با عمق مدفون ۴ متر قرار گرفته است. طیف پراکندگی حاصل از مدلسازی و تحلیل داده ها در برنامه متلب در شکل ۶-ب نمایش داده است. مشاهده می شود که منحنی



(الف)

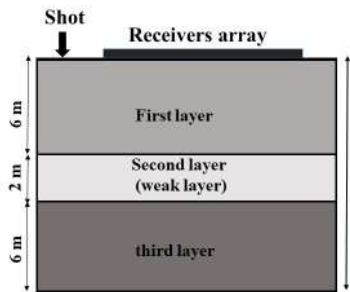


(ب)

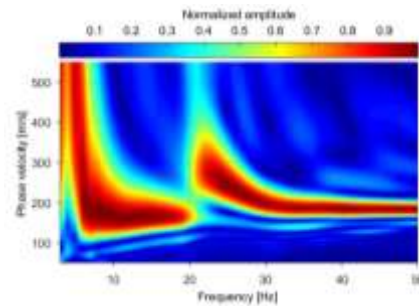
شکل ۶. نتایج مدل خاک دولایه: (الف) نحوه قرارگیری لایه ها، (ب) منحنی پراکندگی امواج رایلی

۳-۱-۳. قرارگیری لایه ی ضعیف در عمق ۶ متر

موقعیت قرارگیری لایه ضعیف در شکل ۷-الف، نمایش داده شده است در این قسمت لایه ضعیف در عمق ۶ متری از سطح زمین و زیر لایه اول با عمق مدفون ۶ متر قرار گرفته است. طیف پراکندگی حاصل از مدلسازی و تحلیل داده ها در برنامه متلب در شکل ۷-الف نمایش داده است. مشاهده می شود که



(الف)



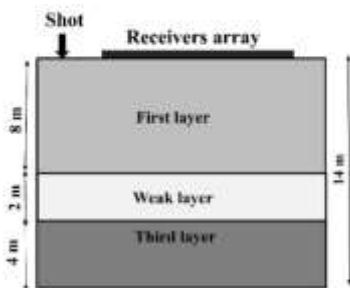
(ب)

شکل ۷. نتایج مدل خاک دولایه: (الف) نحوه قرارگیری لایه ها، (ب) منحنی پراکندگی امواج رایلی

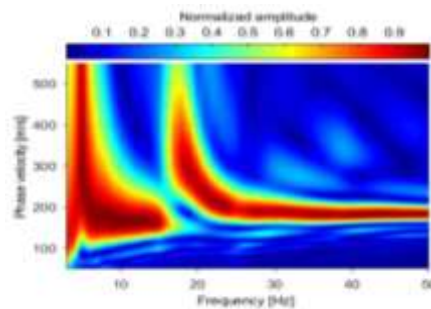
مشاهده می شود که منحنی پراکندگی دچار یک پرش و ناپیوستگی در محدوده فرکانسی ۱۷ هرتز شده است. لازم به ذکر است با افزایش عمق لایه ضعیف، پرش حاصل از تاثیر لایه ضعیف متمایل به فرکانس های پایین تر شده است.

۳-۱-۴. قرارگیری لایه ی ضعیف در عمق ۸ متر

موقعیت قرارگیری لایه ضعیف در شکل ۸-الف، نمایش داده شده است در این قسمت لایه ضعیف در عمق ۸ متری از سطح زمین و زیر لایه اول با عمق مدفون ۸ متر قرار گرفته است. طیف پراکندگی حاصل از مدلسازی و تحلیل داده ها در برنامه متلب در شکل ۸-ب نمایش داده است.



(الف)



(ب)

شکل ۸. نتایج مدل خاک دولایه: (الف) نحوه قرارگیری لایه ها، (ب) منحنی پراکندگی امواج رایلی

یک عامل مهم و اثر گذار در میزان نشست های احتمالی لایه بندی خاک با سختی معکوس می باشد. در این بخش به ارزیابی و مقایسه ضخامت های مختلف لایه ضعیف پرداخته شده است.

۳-۲. تاثیر ضخامت لایه ضعیف

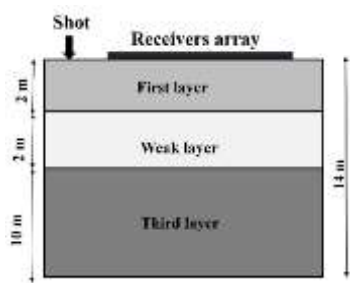
ضخامت لایه ضعیف یکی از مهم ترین پارامترها در شناسایی لایه های زیرسطحی می باشد. ضخامت لایه ضعیف

مشاهده می گردد. لایه ها طبق مشخصات جدول ۲ و کاملاً بصورت افقی بر روی هم قرار گرفته اند. در شکل ۹-الف طیف پراکندگی امواج رایلی ترسیم گردیده است. همانطور که مشاهده می شود در محدوده فرکانس ۳۷ هرتز، پرش و ناپیوستگی قابل ملاحظه ای در طیف پراکندگی امواج رایلی ایجاد شده است.

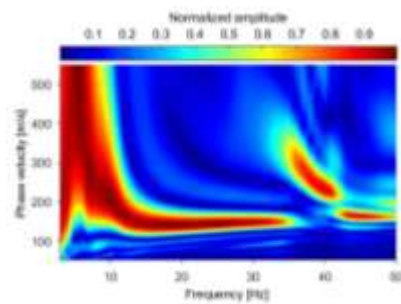
این لایه ضعیف بین دو لایه سخت قرار داده گرفته است. لایه های ضعیف برای چهار مدل متفاوت با ضخامت ۲، ۴، ۶ و ۸ متر در نرم افزار اباکوس مدل سازی شده است. مدل مورد بررسی دارای ۳ لایه خاک می باشد که مشخصات لایه های اول و سوم و همچنین لایه ضعیف در جدول شماره ۲ ارائه شده است.

۳-۲-۱. لایه ضعیف به ضخامت ۲ متر

در این قسمت ضخامت لایه ضعیف به میزان ۲ متر در نظر گرفته شده است. در شکل ۹-الف نحوه قرارگیری لایه ها



(الف)



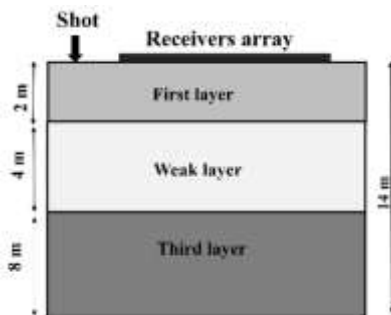
(ب)

شکل ۹. نتایج مدل خاک سه لایه : (الف) نحوه قرارگیری لایه ها، (ب) منحنی پراکندگی امواج رایلی

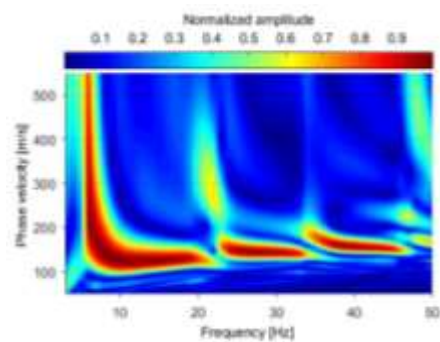
فرکانسی متفاوت رخ داده است. در فرکانس ۲۴ هرتز اولین پرش به مود بالاتر و دومین پرش در فرکانس نزدیک به ۳۵ هرتز در تصویر طیف پراکندگی امواج رایلی پدیدار شده است.

۳-۲-۲. لایه ضعیف به ضخامت ۴ متر

در این قسمت ضخامت لایه ضعیف ۴ متر در نظر گرفته شده که در بین دو لایه با سختی بیشتر قرار گرفته است. نتایج حاصله در شکل ۱۰-ب به صورت طیف پراکندگی امواج رایلی نمایش داده شده است. در این تصویر دو پرش در محدوده های



(الف)



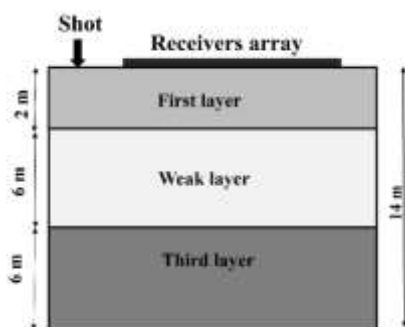
(ب)

شکل ۱۰. نتایج مدل خاک سه لایه : (الف) نحوه قرارگیری لایه ها، (ب) منحنی پراکندگی امواج رایلی

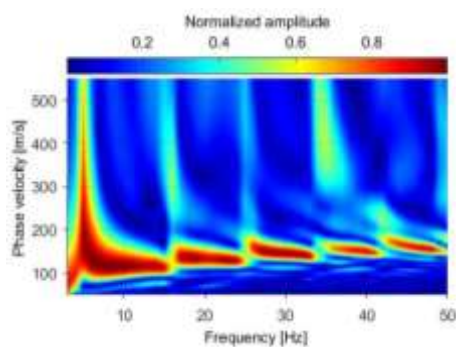
۳-۲-۳. لایه ضعیف به ضخامت ۶ متر

ضعیف ضخیم تر شده است می توان اظهار داشت که از فرکانس صفر تا ۴۵ هرتز ۴ پرش متفاوت در فرکانس های مختلف در طیف پراکندگی پدیدار شده است که اولین پرش در فرکانس ۱۷ هرتز ایجاد شده است.

در این قسمت، لایه ضعیف به ضخامت ۶ متر و در عمق مدفون ۲ متر از سطح زمین قرار داده شده است. طیف پراکندگی حاصل از مدلسازی و تحلیل داده ها در برنامه متلب در شکل ۱۱-ب نمایش داده است. مشاهده می شود که منحنی پراکندگی دچار چند پرش و ناپیوستگی بخاطر وجود لایه



(الف)



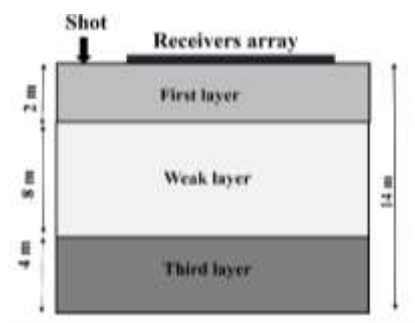
(ب)

شکل ۱۱. نتایج مدل خاک سه لایه: (الف) نحوه قرارگیری لایه ها، (ب) منحنی پراکندگی امواج ریلی

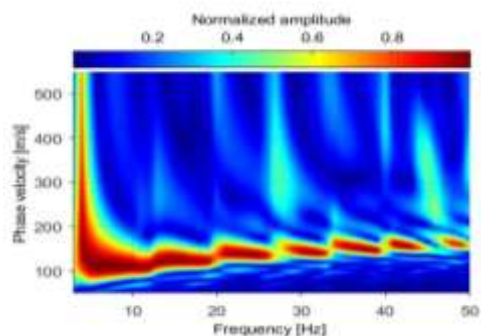
مشاهده می شود اولین پرش در فرکانس ۱۳ هرتز در طیف پراکندگی پدیدار شده است. در یک بازه ی فرکانسی مشخص (۰ تا ۴۵ هرتز) طیف پراکندگی دچار ۶ پرش در فرکانس های مختلف شده است.

۳-۲-۴. ضخامت لایه ضعیف ۸ متر

در این قسمت ضخامت لایه ضعیف به میزان ۸ متر در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۲-ب طیف پراکندگی ترسیم گردیده و



(الف)



(ب)

شکل ۱۲. نتایج مدل خاک سه لایه: (الف) نحوه قرارگیری لایه ها، (ب) منحنی پراکندگی امواج ریلی

ارزیابی قرار داده شده است. در بررسی پارامتر عمق قرارگیری لایه ضعیف آنچه در مقایسه طیف های پراکندگی در جدول (۳) حاصل گردیده می توان اظهار داشت که هرچه عمق قرارگیری لایه ضعیف بیشتر گردد پرش و ناپیوستگی در فرکانس های

۳-۳. ارزیابی نتایج

در این بخش نتایج حاصله از تاثیر عمق و ضخامت لایه ضعیف بر روی پراکندگی امواج ریلی مورد مقایسه و

و عمق لایه ضعیف (طول موج) مرتبط می گردد و هر چه عمق قرارگیری لایه ضعیف بیشتر گردد تاثیراتش در فرکانس های پایین تر ظاهر می گردد و چنانچه لایه ضعیف در اعماق سطحی قرار گیرد تاثیراتش بر روی فرکانس های بالاتر قابل مشاهده می باشد.

پایین تری از طیف پراکندگی امواج رایلی ایجاد گردیده است. همانطور که مشاهده می شود به علت وجود لایه های ضعیف در اعماق ۲، ۴، ۶ و ۸ متر به ترتیب پرش هایی در فرکانس های ۳۷، ۲۷، ۲۱ و ۱۷ هرتز در طیف پراکندگی پدیدار شده است که این تغییرات کاهش در فرکانس به رابطه بین فرکانس

جدول ۳. مقایسه پرش های طیف پراکندگی در بررسی اثر پارامتر قرارگیری لایه ضعیف

Frequency of first jump (HZ)	Number of jumps in dispersion curve	Weak Layer's Depth
37	1	At depth of 2m
27	1	At depth of 4m
21	1	At depth of 6m
17	1	At depth of 8m

فرکانس های مشخصی پدیدار شده است. اولین پرش در طیف پراکندگی امواج رایلی برای لایه های ضعیف به ضخامت های ۲، ۴، ۶ و ۸ متر به ترتیب در فرکانس های ۳۷، ۲۴، ۱۷ و ۱۳ هرتز رخ داده است. همچنین تعداد پرش های بیشتری برای

ارزیابی نتایج حال از تاثیر ضخامت لایه ضعیف بر روی تصاویر طیف پراکنش امواج رایلی در جدول ۴ ارائه شده است و تاثیر ضخامت های لایه ضعیف ارائه داده شده اند. تغییرات افزایش ضخامت لایه ضعیف در تعداد پرش ها و ناپیوستگی ها در ضخامت ۸ متر نسبت به ۲ متر ایجاد شده است این تعداد پرش برای لایه ضعیف به ضخامت ۸، ۶، ۴ و ۲ متر به ترتیب برابر با ۶، ۴، ۲ و ۱ می باشند.

جدول ۴. مقایسه پرش های طیف پراکندگی در بررسی اثر ضخامت لایه ضعیف در لایه بندی

Frequency of first jump (HZ)	Number of jumps in dispersion curve	Weak Layer's Thickness
37	1	Thickness of 2m
24	2	Thickness of 2m
17	4	Thickness of 2m
13	6	Thickness of 2m

و پردازش داده ها در محیط نرم افزار متلب و با استفاده از روش تحلیل امواج سطحی به ارزیابی تاثیر ضخامت و عمق لایه های ضعیف در میان دو لایه سخت پرداخته شده است مقایسه نتایج حاصله در فضای طیف پراکندگی امواج رایلی انجام شده است. ارزیابی نتایج حاصله نشان دادند که:

- در لایه بندی خاکی که لایه نرم میان دو لایه سخت قرار گرفته است، با افزایش عمق قرارگیری لایه ضعیف، پرش در طیف پراکندگی از فرکانس های بالا به سمت فرکانس های

۴. نتیجه گیری

روش امواج سطحی به دلیل خاصیت پراکنشی که دارند به جهت شناسایی ناهنجاری های زیرسطحی و همچنین تعیین پارامترهای فیزیکی و مکانیکی خاک امروزه کاربرد فراوانی دارد. انجام این آزمایش در قیاس با آزمایش هایی که به جهت شناسایی مشخصات زیرسطحی به کار می روند بسیار سریع، آسان و دقیق تر می باشد. لذا در این مقاله با بهره گیری از مدل سازی های مختلف در محیط نرم افزار اجزا محدود آباکوس

- پرش های ایجاد شده به تناسب افزایش عمق و ضخامت در فرکانس های پایین تر امواج رایلی پدیدار شده اند مثلاً برای لایه ضعیف در اعماق ۲، ۴، ۶ و ۸ متر به ترتیب پرش هایی در فرکانس های ۳۷، ۲۷، ۲۱ و ۱۷ هرتز در طیف پراکندگی پدیدار شده است که کمترین فرکانس پرش مرتبط به عمیق ترین لایه ضعیف می باشد. همچنین تعداد پرش برای لایه ضعیف به ضخامت ۸، ۶، ۴ و ۲ متر به ترتیب برابر با ۶، ۴، ۲ و ۱ می باشند که نشان از تعداد پرش های بیشتری برای ضخامت ۸ متر نسبت به ۲ متر است.

پایین حرکت می کند و این نتیجه همخوانی مناسبی با این مطلب دارد که نتایج طیف پراکندگی در فرکانس های بالا مربوط به لایه های سطحی و نتایج طیف پراکندگی در فرکانس های پایین مربوط به لایه های عمیق می باشد.

- با افزایش ضخامت لایه ضعیف، دو نوع تغییر در طیف پراکندگی امواج رایلی مشاهده است اولین تغییر در تعداد پرش های ایجاد شده و دومین تفاوت در فرکانس هایی که اینگونه پرش های مشاهده شدند. به عنوان مثال تعداد ۶ پرش در لایه ضعیف با ضخامت ۸ متر ایجاد شده است در حالی که ۲ پرش برای لایه ضعیف با ضخامت ۴ متر پدیدار شده است.

منابع

- رهنما، ح. و احسانی نژاد، ل.، ۱۳۹۶، شناسایی حفره های سطحی زمین با استفاده از روش انتقال توام زمان فرکانس موج سطحی منکسر شده، کنفرانس بین المللی عمران، معماری و شهرسازی ایران معاصر، تهران، ایران
- رهنما، ح. دشتی، ف.، ۱۳۹۵، بررسی پارامترهای مؤثر بر وضوح منحنی پراکندگی امواج سطحی در شناسایی لایه بندی زمین، دومین کنفرانس ملی ژئومکانیک نفت، تهران، ایران
- میراثی، س. رهنما، ح.، ۱۳۹۹، ارزیابی تأثیر پارامترهای برداشت در وضوح تصاویر پراکنش در روش تحلیل چند ایستگاهی امواج سطحی، مهندسی عمران شریف، ۲، ۳۶، (۱)، ۴.
- ABAQUS v6.14, S., Abaqus Analysis User's Guide. Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, www.simulia.com, 2014.
- Aminnedjad, B., & Butt, S. D., 2003. Imaging Abandoned Underground Mines and Assessing Geotechnical Hazards Research Project, Phase 1 Final Report – Assessment of State of the Art for Nondestructive Geophysical Imaging Technology, unpublished report.
- Atkinson, J. H., 2000. Non-linear soil stiffness in routine design. *Gèotechnique*, 50(5), 487–508
- Ben-Menahem, A., A concise history of mainstream seismology: Origins, legacy, and perspectives. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1995. 85(4): p. 1202-1225.
- Castaigns, M., Bacon, C., Hosten, B., & Predoi, M. V., 2004. Finite element prediction e dynamic response of thermo-viscoelastic material structures. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 115(3), 1125-1133.s for th
- Catalina Orozco, M., 2003, Inversion method for spectral Anlysis of Surface Wave(SASW). Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology
- Chai, H. Y., Phoon, K. K., Goh, S. H., & Wei, C. F., 2012. Some theoretical and numerical observations on scattering of Rayleigh waves in media containing shallow rectangular cavities. *Journal of Applied Geophysics*, 83, 107-119.
- Coduto, D. P., 2015. *Foundation design: principles and practices*. Pearson. (Second edition), Prentice Hall, Inc.
- Davoodi, M., Pourdeilami, A., Jahankhah, H., & Jafari, M. K., 2018. Application of perfectly matched layer to soil-foundation interaction analysis. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 10(4), 753-768.
- Drozd, M. B., 2008. Efficient finite element modelling of ultrasound waves in elastic media (Doctoral dissertation, Imperial College London). Imperial College London.

- Foti, S., 2000, Multistation Methods for Geotechnical Characterization using Surface Waves. PhD Thesis, Politechnic di Torino, Italy.
- Hesse, D., & Cawley, P., 2006. Surface wave modes in rails. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 120(2), 733-740.
- Ivanov, J., Miller, R. D., Park, C. B., & Ryden, N., 2003. Seismic search for underground anomalies. In: SEG Technical Program Expanded Abstracts 2003, (pp. 1223-1226), Society of Exploration Geophysicists.
- Jakka, R. S., Roy, N., & Wason, H. R., 2014. Implications of surface wave data measurement uncertainty on seismic ground response analysis. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 61, 239-245.
- Jones RB., 1958. In-situ measurement of the dynamic properties of soil by vibration methods. *Geotechnique* 1958;8(1):1-21.
- Lin, S., & Ashlock, J. C., 2014. Multimode Rayleigh wave profiling by hybrid surface and borehole methods. *Geophysical Journal International*, 197(2), 1184-1195.
- Luo, W., & Rose, J. L., 2007. Phased array focusing with guided waves in a viscoelastic coated hollow cylinder. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(4), 1945-1955.
- Mirassi, S., Hossein Rahnema, Attieh Eshaghi., 2020. Evaluation of surface wave components for identification of subsurface cavities using 2D and 3D finite element modeling method, *Journal of Research on Applied Geophysics*, 6(2), 219-233. magiran.com/p2199518
- Mirassi, S., Rahnema, H., 2020. 'Improving the performance of absorbing layers with increasing damping in the numerical modeling of surface waves propagation using finite element method', *Scientific Quarterly Journal of Iranian Association of Engineering Geology*, 13(2), pp. 13-26.
- Mirassi, S., Rahnema, H., 2021. 'Effect of acquisition parameters on the resolution of dispersion image in multi-channel analysis of surface waves method', *Sharif Journal of Civil Engineering*, 36.2(4.1), pp. 3-13. doi: 10.24200/j30.2019.53491.2551
- Mirassi, S., Rahnema, H., 2020. Deep cavity detection using propagation of seismic waves in homogenous half-space and layered soil media. *Asian J Civ Eng* 21, 1431-1441. <https://doi.org/10.1007/s42107-020-00288-2>.
- Moss, R.E.S., 2008. Quantifying measurement uncertainty of thirty-meter shear-wave velocity. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 98(3): p. 1399-1411.
- Nazarian, S., K.H. Stokoe II, and W.R. Hudson., 1983, Use of spectral analysis of surface waves method for determination of moduli and thicknesses of pavement systems, *Transportation Research Record No. 930*.
- Olsson, D., 2012. Numerical simulations of energy absorbing boundaries for elastic wave propagation in thick concrete structures subjected to impact loading. Thesis, Umeå University.
- Park, C. B., Miller, R. D., & Xia, J., 1999. Multichannel analysis of surface waves. *Geophysics*, 64(3), 800-808.
- Park, C. B., Miller, R. D., and Xia, J., 1996c, Multi-channel analysis of surface waves (MASW): Submitted for publication in *Geophysics*.
- Rahnema, H., Ehsaninezhad, L., Dashti, F., & Talebi, G., 2020. Detection of subterranean cavities and anomalies using multichannel analysis of surface wave. *Geomechanics and Geoengineering*, 1-14.
- Rahnema, H., Mirassi, S., 2021. 'Effect of frequency content of seismic source load on Rayleigh and P waves in soil media with cavity', *Journal of Structural and Construction Engineering*, 8(2), pp. 280-300. doi: 10.22065/jsce.2019.176403.1808
- Rahnema, H. and Mirassi, S., 2014. Drought and water crisis in Plains of Iran: a case study of Marvdasht and Khanmirza Plains, Fars and Chaharmahal and Bakhtiari Province, Iran. *International Bulletin of Water Resources and Development*, 2(1), pp.139-54.
- Rahnema, H., Mirassi, S., & Dal Moro, G., 2021. Cavity effect on Rayleigh wave dispersion and P-wave refraction. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 20(1), 79-88.
- Rahnema, H., Rasekh, M., Mirassi, S., 2021. 'Effect of subsurface cavity length on Rayleigh wave propagation to identify near and far boundary of the cavity', *Journal of Structural and Construction Engineering*, (), pp. -. doi: 10.22065/jsce.2021.299727.2530
- Rahnema, H. and Mirassi, S., 2014. Crisis management concerning underground water falling and land subsidence occurrence in the plains of Iran. *Advances in Environmental Biology*, pp.1453-1466.

-
- Rahnema, H. and Mirassi, S., 2016. Study of land subsidence around the city of Shiraz. *Scientia Iranica. Transaction A, Civil Engineering*, 23(3), p.882.
- Rahnema, H. and Mirassi, S., 2016. Analysis and evaluate the effective parameters on land subsidence. *Modares civil engineering journal*, 16(1), pp.45-54.
- Rajagopal, P., Drozd, M., Skelton, E. A., Lowe, M. J., & Craster, R. V., 2012. On the use of absorbing layers to simulate the propagation of elastic waves in unbounded isotropic media using commercially available finite element packages. *NDT & E International*, 51, 30-40.
- Rayleigh, L., 1885. On waves propagated along the plane surface of an elastic body. *Proc. Math. Soc. London*.
- Richart Jr.FE, Woods RD, Hall JR. *Vibrations of soils and foundations*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall; 1970.
- Schwenk, J.T., S.D. Sloan, J. Ivanov, and R.D. Miller., 2016 Surface-wave methods for anomaly detection. *Geophysics*. 81(4): p. EN29-EN42.
- Song, X., & Gu, H., 2007. Utilization of multimode surface wave dispersion for characterizing roadbed structure. *Journal of Applied Geophysics*, 63(2), 59-67.
- Yilmaz, O., 1987. *Seismic data processing, volume 2 of Investigations in Geophysics*. Society of Exploration Geophysicists.
- Yoon, S. and G.J. Rix., 2009. Near-field effects on array-based surface wave methods with active sources. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2009. 135(3): p. 399-406.