

مدل سازی هندسی درزه ها به روش شبکه شکستگی های گسسته سه بعدی (مطالعه موردی ساختگاه سد لیرو)

فرزاد گهرویی باجگیرانی^۱، عنایت الله امامی میبیدی^{۲*}، حمید مهرنهاد^۳

پذیرش مقاله: ۹۷/۱۲/۲۴

دریافت مقاله: ۹۷/۰۶/۲۸

چکیده

مطالعه رفتار جریان سیال در بسیاری از پروژه های عمرانی، معدنی و زیست محیطی از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. برآورد رفتار هیدرولیکی توده سنگ نیازمند درک مناسبی از رفتار هیدرولیکی شکستگی ها و مدلی دقیق از شبکه شکستگی های موجود در توده سنگ است. از طرفی عدم قطعیت و تغییرپذیری در مطالعات زمین شناسی مهندسی در ارتباط با توده سنگ ها که از مواد طبیعی و ناهمگن ساخته شده اند اجتناب ناپذیر است. در این مقاله به توجه به اهمیت بالای ویژگی های تصادفی هندسی درزه ها شامل جهت داری و پایایی در رفتار هیدرولیکی توده سنگ ساختگاه سد لیرو، مدل شبکه شکستگی های گسسته سه بعدی درزه ها تهیه و توسعه داده شد. به این منظور کدی در نرم افزار Mathematica، با نام 3D-DFN نوشته شده است. درزه های ساختگاه سد پس از برداشت، ترسیم، تفکیک و برازش بهترین توابع توزیع آماری به مولفه های هندسی آنها، به روش شبکه شکستگی های گسسته سه بعدی مدل سازی گردید. در نهایت مدل هندسی تهیه شده بر اساس مقایسه آماره های توابع توزیع بدست آمده از خروجی مدل با آماره های توابع توزیع ورودی مدل اعتبارسنجی شد. نتایج بدست آمده در اغلب موارد نشان دهنده انطباق بیش از ۹۰٪ است. همچنین مقادیر شدت های درزه داری خطی، سطحی و حجمی (P10، P21 و P32) از مقاطع دو بعدی تهیه شده هم راستا با سطوح برداشت و مدل سه بعدی محاسبه شد و با مقادیر برداشت مقایسه گردید. نتایج نشان می دهد مقادیر مولفه های P10 و P32 بیش از ۹۰٪ و مولفه P21 بیش از ۷۵٪ با داده های واقعی انطباق دارد. نتایج حاصل از این مقاله را می توان به عنوان ورودی قابل اطمینان برای مدل سازی عددی تحلیل پایداری و تحلیل هیدرولیکی مورد استفاده قرار داد.

کلیدواژه ها: مدل سازی هندسی، شبکه شکستگی های گسسته سه بعدی، کد 3D-DFN ساختگاه سد لیرو، توابع توزیع آماری، شدت درزه داری

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه زمین شناسی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه یزد

^۲ استادیار، گروه زمین شناسی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه یزد en.emami@yazd.ac.ir

^۳ دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه یزد

*مسئول مکاتبات

۱. مقدمه

در بسیاری از کاربردهای مهندسی، ناپیوستگی‌ها عامل بحرانی در تعیین عملکرد توده‌سنگ هستند (Xu and Dowd., 2010). درزه‌ها متداول‌ترین نوع ناپیوستگی‌ها در میان ناپیوستگی‌های توده‌سنگ شامل صفحات لایه‌بندی، گسل‌ها، صفحات شیب‌توزیته و غیره هستند (Wanga et al., 2003). شبکه درزه‌های توده‌سنگ و ویژگی‌های هندسی آن از مهمترین عوامل تاثیرگذار بر رفتار جریان سیالات (آب، نفت و گاز) (et al., 2011) (Le Garzic 2011)، مقاومت و پایداری توده سنگ (Gumede et al., 2007) و نرخ نفوذ دستگاه TBM (افتخاری و همکاران، ۱۳۹۲) است. با بکارگیری مدل مناسب برای بررسی رفتار هیدرولیکی توده سنگ تکیه‌گاه‌های سد، می‌توان دقت مطالعات طراحی و ایمنی را افزایش داد که در نهایت باعث کاهش عدم قطعیت در رابطه با برآورد رفتار توده‌سنگ و کاهش هزینه‌های اجرا و بهره‌برداری خواهد شد.

از آنجا که توده‌سنگ از مواد طبیعی تشکیل شده، ویژگی‌های هندسی درزه‌ها در دو نقطه مختلف ممکن است مقادیر متفاوتی را نشان دهند؛ لذا ضروری است ویژگی‌های مورد نظر با ماهیت تصادفی تعریف شوند. ماهیت تصادفی هر ویژگی هندسی درزه اثر مهمی بر رفتار توده‌سنگ دارد (El-Ramly et al., 2002). در بسیاری از شیوه‌های مدل‌سازی توده سنگ، درزه‌ها با استفاده از بعضی فرض‌های غیرواقعی شبیه‌سازی می‌شوند، برای مثال فرض درزه‌های بینهایت که معمولاً در مدل‌سازی‌ها بکار می‌رود، ویژگی است که با شرایط واقعی و طبیعی توده‌سنگ تطابق ندارد (Rogers et al., 2007). مدل‌های تصادفی شبکه درزه، طبیعت ناهمگن توده‌سنگ‌های درزه‌دار را با استفاده از ارائه شبکه درزه بصورت عناصری گسسته در فضا با خصوصیات هندسی و ویژگی‌هایی که بطور تصادفی تعریف شده‌اند نمایش می‌دهد (Pin et al., 2006). از بهترین روش‌های دارای توانایی شبیه‌سازی ماهیت تصادفی و ویژگی‌های هندسی ناپیوستگی‌ها، مدل‌سازی تصادفی شبکه ناپیوستگی‌های گسسته است. توسعه مدل‌سازی تصادفی، پیشرفت چشم‌گیری در زمینه مدل‌سازی توده‌سنگ و بررسی رفتار آن محسوب می‌شود (Rogers et al.,

2014). مدل‌سازی شبکه ناپیوستگی گسسته (DFN) امکان تولید تصادفی درزه‌های محدود (پایا) شبیه‌سازی شده را در سه‌بعد دارد. هدف در تولید شبکه‌های درزه تصادفی تولید یک و یا تعداد بیشتری هندسه درزه، در دو یا سه‌بعد است بطوریکه ویژگی‌های جمعیتی درزه‌های واقعی برداشت شده در توده-سنگ را منعکس کند. درزه‌های مدل‌شده و نقشه‌برداری شده می‌توانند برای اعتبارسنجی و همچنین در صورت نیاز برای اصلاح مدل، مقایسه شوند.

در این مقاله با توجه به تأثیر شدید پایایی درزه بر خواص هیدرولیکی برجای توده‌سنگ دو تکیه‌گاه سد، مدل تصادفی شبکه درزه با در نظر گرفتن ویژگی آماری اندازه طول درزه براساس مدل ونزیانو (Veneziano, 1978) و مدل‌های سلسله مراتبی (Lee et al., 1990) ساخته شده است. به این منظور کدی سه‌بعدی با استفاده از زبان برنامه نویسی نرم‌افزار Mathematica به نام 3D-DFN تهیه شده که قادر است براساس داده‌های برداشت شده، خروجی رقومی، نمایه‌های بصری، در نظر گرفتن ژنز و تسلسل درزه‌داری، ساخت مدل درزه‌های پایا و ناپایا، تعیین درزه‌های به هم مرتبط و تاثیرگذار در جریان هیدرولیک، ایجاد خروجی مناسب برای استفاده در نرم‌افزارهای تحلیل عددی UDEC و PFC^{2D} و خروجی آماری هریک از مشخصه‌های هندسی ساخت مدل را ارائه دهد. همچنین دارای قابلیت‌هایی از جمله امکان نمونه‌گیری نامحدود بصورت نقطه-ای، خطی، صفحه‌ای و حجمی از مدل سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی آن است.

۲. پیشینه مطالعات

مطالعات هادسون و لاپونته در زمینه تراوایی و جریان سیال را می‌توان نقطه آغاز کاربرد مدل‌های تصادفی دانست (Hudson and La Pointe., 1980). دراشویتز و انیشتین یک مدل تصادفی ارائه نمودند که در جهت، با در نظر گرفتن تغییرات فاصله‌داری و پایایی ناپیوستگی، شبکه درزه واقعی‌تری را ایجاد می‌کرد (Dershowitz and Einstein., 1988). پرست و سامانیگو اقدام به توسعه این مفهوم در زمینه تحلیل پایداری بلوک نمودند

دادند. (امینی و یاراحمدی بافقی ۱۳۸۶)، (امینی و یاراحمدی بافقی ۱۳۸۸)، (گودرزی و یاراحمدی بافقی ۱۳۹۲). از دیگر کارهای انجام شده در مورد استفاده از مدل‌سازی شبکه ناپیوستگی‌های گسسته و شدت درزه‌داری حجمی برای شناخت بیشتر توده‌سنگ در روش تخریب بلوکی مربوط به راجرز و همکاران است (Rogers et al., 2014). فرشته نژاد و همکاران مدلی از شبکه ناپیوستگی‌های گسسته را ارائه کردند که با استفاده از آن بتوان شبکه ناپیوستگی‌ها را در لایه‌های سنگی چین‌خورده مدل‌سازی کرد (Fereshnejad et al., 2016). امامی میبدی و همکاران از مدل‌سازی شبکه ناپیوستگی گسسته بمنظور برآورد خردشوندگی برجای توده‌سنگ در روش‌های استخراج تخریبی استفاده کرده‌اند (امامی میبدی و همکاران ۱۳۹۵). هوانگ و همکاران به تخمین نفوذپذیری توده‌سنگ با استفاده از مدل‌سازی شبکه شکستگی‌های سه‌بعدی و تهیه مقاطع دوبعدی از آنها پرداختند. ایشان سعی کردند میزان نفوذپذیری در سه‌بعد را براساس نفوذپذیری مقاطع دوبعدی با استفاده از توابع رگرسیون چند متغییره تخمین بزنند (Na huang et al., 2017). فننگ رن و همکارانش برای شبکه شکستگی، مدل DFN معادل و DFN هدف را تعریف نمودند، این روش برای شبیه‌سازی توده‌سنگ ناهمگن مناسب است (Feng Ren et al., 2017). در یکی از جدیدترین کارهای انجام شده زو و همکاران برای شبیه‌سازی حالت پایدار جریان سیال در شبکه شکستگی‌های سنگ با استفاده از یک فرآیند تکرار مدل‌سازی جریان، از مدل DFN در نرم‌افزار COMSOL استفاده کردند (Xu et al., 2018).

۳. تهیه کد 3D-DFN

در مدل‌سازی‌های تصادفی، شیوه کلی شامل بررسی و استنتاج موقعیت، پایایی (اندازه)، جهت‌داری و دیگر ویژگی‌های هندسی درزه‌ها به عنوان متغیرهای تصادفی با توزیع‌های آماری است که مبنای تصادفی بودن مدل‌سازی‌ها خواهد بود. از جمله این روش‌های تصادفی شبکه ناپیوستگی گسسته است، این روش مدل‌سازی، سیستم ناپیوستگی‌های توده‌سنگ به شیوه‌ی

(Priest and Samaniego 1988). ارائه‌ی مدل هندسی سلسله مراتبی در ارتباط با فرآیندهای پایه‌ای ایجاد درزه توسط ریس و انیشتین و مدل هندسی - مکانیکی ارائه شده توسط مارتل و همکاران را می‌توان از دیگر نمونه‌های مدل‌های تصادفی توسعه داده شده دانست (Reyes and Einstein., 1991), (Martel et al., 1991).

محدودیت‌های این مدل‌ها، به ویژه توانایی مدل‌سازی فقط دو دسته درزه و مشکل در ارائه تغییرات گسترده توزیع دسته درزه‌ها، منجر به توسعه مدل دوبعدی سلسله مراتبی پیشرفته توسط یو شد (Yu., 1992).

پس از آن پرست مدل تصادفی سه‌بعدی را ارائه نمود که در آن درزه‌ها بصورت دیسک‌های دایره‌ای فرض شده‌اند. در این مدل مقادیر تصادفی برای قطر درزه نیز به وسیله الگوریتم‌های ارائه شده توسط پرست، از توزیع‌های مناسب تولید می‌شوند (Priest., 1993). ایوانووا و همکارانش مدل دوبعدی سلسله مراتبی پیشرفته را به سه‌بعد توسعه دادند (Ivanova et al., 1995). کولاتیلاک و همکاران اقدام به تهیه‌ی مدل شبکه درزه تصادفی سه‌بعدی برای توده‌سنگی از جنس دیوریت و ارائه فرآیند جدیدی برای تخمین مقاومت و تغییرشکل‌پذیری بلوک سنگی در سه‌بعد نمودند (Kulatilake et al., 2004). در سال‌های اخیر نیز توسعه مدل تصادفی به منظور بررسی اثرات وابستگی بین توزیع بازشدگی و طول اثر درزه بر رفتار هیدرومکانیکی و مکانیکی توده‌سنگ درزه‌دار، بر اساس مدل‌های پیشین، انجام شده است.

مدل دوبعدی ارائه شده توسط باغبانان و جینگ و مدل سه‌بعدی ارائه شده توسط زو و دود و همچنین بنگ و همکارانش در را می‌توان به عنوان نمونه‌هایی از این نوع برشمرده (Baghbanan and Jing., 2008), (Xu and Dowd., 2010), (Bang., 2012). در سال‌های ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۳ امینی، گودرزی و یاراحمدی بافقی، مدل‌سازی سه‌بعدی توده‌سنگ‌های درزه‌دار به دو روش سیستم ناپیوستگی‌های نامحدود و سیستم دیسک‌های تصادفی در محیط نرم‌افزاری متمتیکا در برنامه‌ای با عنوان 3DGM را توسعه

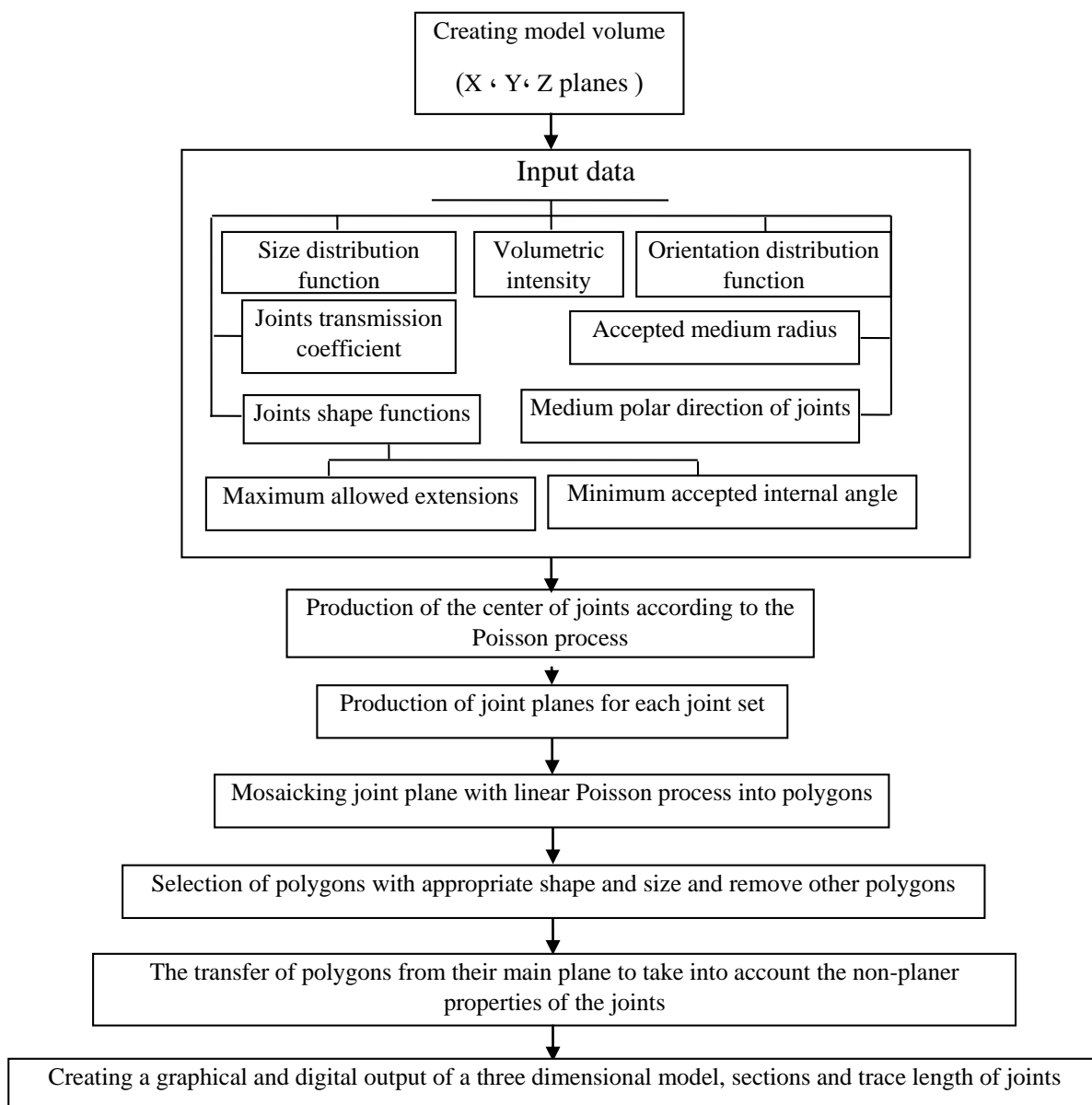
در کد تهیه شده با عنوان 3D-DFN، بنا به استفاده مورد نظر قابلیت‌هایی تعبیه شده که برخی از آن‌ها منحصر به فرد است، در ذیل به بخشی از مهمترین آنها اشاره شده است:

- امکان نمونه‌گیری تصادفی از درزه‌های تولید شده به تفکیک هر دسته درزه و یا بصورت کلی، به عنوان نمونه ۶۰٪ از درزه‌های ساخته شده
- امکان ایجاد مدل‌های سلسله مراتبی با در نظر گرفتن ژنز هر دسته درزه به تعداد دلخواه براساس تعداد دسته‌درزه‌ها
- دارا بودن ابزارهای نمونه‌برداری برای تعیین میزان چگالی خطی، سطحی و حجمی در راستاهای مختلف در مدل ساخته شده، به دلخواه کاربر به تفکیک هر دسته درزه و یا بصورت کلی
- امکان ایجاد خروجی رقومی و گرافیکی به تفکیک هر دسته درزه و بصورت کلی.
- دارا بودن ابزار نمونه‌گیری از درزه‌ها براساس مولفه‌های ورودی از جمله شیب و طول اثر، به عنوان نمونه تفکیک جامعه آماری درزه‌های با طول اثر (پایایی) بین ۰/۱ تا ۰/۸ متر.
- امکان یافتن مسیرهای کامل از تقاطع درزه‌ها به منظور استفاده در تحلیل هیدرولیکی
- امکان ایجاد مقاطع دو بعدی در هر راستا و با شیب دلخواه و بررسی آماری اثر درزه‌ها روی مقاطع
- امکان گرفتن خروجی مقاطع دوبعدی به فرمت نرم-افزارهای UDEC و PFC2D با تفکیک نوع درزه‌ها براساس دسته درزه، طول اثر و ...
- امکان تکرار مدل‌سازی تصادفی به مقدار دلخواه، مقایسه‌ی مولفه‌های چگالی و شدت درزه‌داری خطی، سطحی و حجمی مدل‌ها با یکدیگر و ترسیم توابع توزیع آماری هر یک از این مولفه‌ها

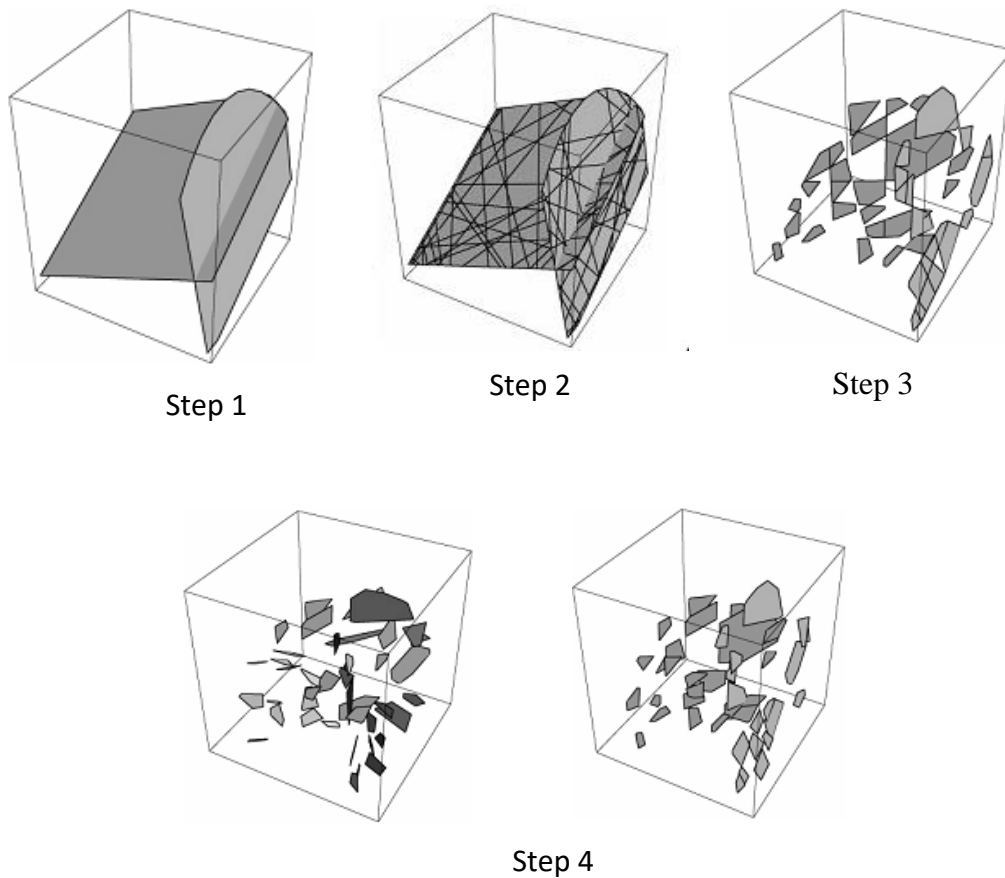
آمارای ایجاد می‌شوند. این کار بوسیله‌ی ساخت سری ناپیوستگی‌های مجزا بر مبنای مشاهده‌ها و برداشت‌های خواص هندسی ناپیوستگی‌های موجود در یک منطقه انجام می‌گیرد. این خواص شامل طول اثر، جهت‌داری و شدت درزه‌داری است. این روش ناهمگنی سیستم درزه‌ها را به صورت واضح و مشخصی ارایه می‌کند، مهم‌ترین ویژگی این روش این است که مسیر آشکار و تجدیدپذیری را برای مدل‌سازی داده‌های برداشت شده از منطقه فراهم می‌کند زیرا خواص هندسی واقعی درزه‌ها در هنگام مدل‌سازی دست نخورده باقی خواهند ماند (Rogers et al., 2014).

برای ساخت مدل شبکه ناپیوستگی گسسته از هر دسته درزه به چهار مولفه‌ی تابع چگالی احتمال جهت‌داری درزه‌ها، چگالی یا شدت درزه‌داری، تابع چگالی احتمال تغییرات اندازه (پایایی) درزه‌ها و تابع چگالی احتمال فاصله‌داری برای تعیین موقعیت مراکز صفحات اصلی درزه‌ها نیاز است. روندنمای مدل‌سازی برای یک دسته درزه در شکل ۱ نشان داده شده است.

در شکل ۲ مراحل تولید درزه‌های گسسته بصورت شماتیک نشان داده شده است. در مرحله ۱ صفحات درزه‌های اصلی به صورت تصادفی براساس توابع توزیع جهت‌داری تولید می‌شوند. محل قرارگیری این صفحات بصورت تصادفی بر مبنای تابع توزیع فاصله‌داری و تولید موقعیت مرکز درزه براساس فرآیند تصادفی بر مبنای تابع توزیع پواسون است. سپس در مرحله ۲ مفروش سازی خطی پواسونی بصورت تصادفی و با در نظر گرفتن توابع توزیع تداوم درزه‌ها انجام خواهد شد. در مرحله ۳ پلی‌گون‌ها با شکل و اندازه مناسب براساس قوانین شکل درزه تعریف شده از جمله بیشترین کشیدگی مجاز، کمترین زاویه داخلی مورد قبول و کوچکترین و بزرگترین شعاع معادل مورد قبول، انتخاب و بقیه حذف خواهند شد. در مرحله ۴ براساس ضریب انتقال و دوران تعریف شده درزه‌ها نسبت به صفحه اصلی تولید کننده آنها، بسته به ابعادشان، منتقل شده و یا دوران داده می‌شوند. این فرآیند بصورت مداوم برای هر صفحه درزه از دسته درزه تکرار می‌شود.



شکل ۱. روند نمای ساخت مدل هندسی درزه به روش 3D-DFN

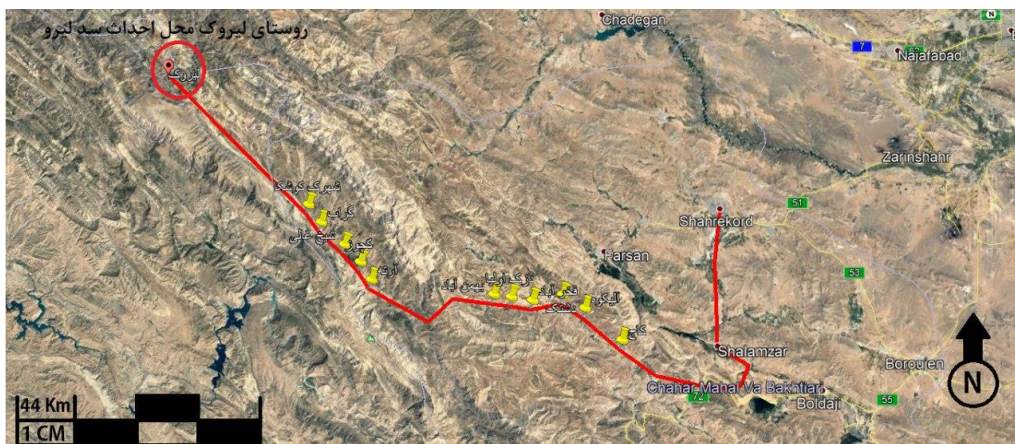


شکل ۲. چهار مرحله ایجاد مدل تصادفی زمین شناسی شکستگی های گسسته بصورت شماتیک

۴. موقعیت و زمین شناسی محدوده طرح

سد لیرو یکی از سدهای برق آبی کشور است که در استان چهارمحال و بختیاری واقع شده است. طول و عرض جغرافیایی نقطه احداث بدنه سد لیرو به ترتیب: $31^{\circ} 49' E$ و $29^{\circ} 23' N$ می باشد. این سد در ۲۸۴ کیلومتری شهرکرد مرکز استان

چهارمحال و بختیاری قرار دارد و دسترسی به آن از طریق جادهی شهرکرد-مسجد سلیمان، ۲۲ کیلومتری جادهی اصلی و ۲۰ کیلومتر بعد از روستای لید (شهرک رهبری) امکان پذیر می باشد در شکل ۳ محل احداث سد نسبت به مرکز استان چهارمحال و بختیاری نشان داده شده است.



شکل ۳. موقعیت جغرافیایی و راه دسترسی به سد لیرو

جنوب‌شرقی است و از سنگ‌های آهکی و دولومیتی تشکیل شده‌اند. آهک تله‌زنگ که ساختگاه سد لیرو بر روی آن قرار دارد یک ساختار تک شیب است که در زیر سازند کشکان و در روی سازند امیران قرار گرفته است. این ساختار تک شیب در واقع قسمتی از یال جنوب‌غربی تاقدیس بزرگ فرسایش یافته پز است.

محل محور سد لیرو بر روی آهک‌های سازند تله‌زنگ قرار دارد. تصویر محل احداث محور سد در شکل ۴ نشان داده شده است. از لحاظ زمین‌ریخت‌شناسی گستره طرح یک منطقه کوهستانی با کوه‌های بلند است. کوه مره در شمال‌غربی گستره طرح با ۲۴۰۰ متر ارتفاع و کوه کی‌وار در شمال‌شرقی با ۲۳۰۰ متر ارتفاع از سطح دریا بلندترین نقاط این محدوده هستند. روند کوه‌ها عمدتاً همان روند عمومی زاگرس یعنی شمال‌غربی -



شکل ۴. تصویر هوایی از محل احداث محور سد در آهک‌های تله‌زنگ

روش در دسترس نبودن رخنمون‌ها، تحت تاثیر قرار گرفتن آن‌ها از انفجار و هوازدگی و پنهان ماندن در زیر پوشش گیاهی است. اطلاعات جمع‌آوری شده در این مقاله با استفاده از دو روش خط برداشت و پنجره برداشت به دست آمده است. نکته قابل توجه در روش خط برداشت این است که استاندارد قابل قبول جهانی برای این روش وجود ندارد و در واقع باید جزئیات روش را به نحوی تغییر داد که بتوان داده‌های لازم برای هدف مورد نظر را جمع‌آوری نمود و با شرایط محلی توده سنگ تطابق داد (Baghbanan and Jing., 2008).

در روش خط برداشت سطوح تمیز سنگی به‌گونه‌ای انتخاب می‌شوند که نسبت به اندازه و فاصله‌داری ناپیوستگی‌ها بزرگ باشند. در این روش باید رخنمون شامل ۱۵۰ تا ۳۰۰ ناپیوستگی

۵. مطالعه میدانی، روش و داده‌ها

درزه‌نگاری یکی از بخش‌های مهم در مطالعات خصوصیات مهندسی توده‌سنگ است و از مهمترین مراحل تهیه داده‌ها برای مدل‌سازی هندسی محسوب می‌شود. این عملیات را می‌توان به سه زیربخش برداشت، ترسیم و تفکیک دسته‌درزه‌ها و تحلیل آماری تفکیک کرد.

اندازه‌گیری از روی رخنمون‌های سنگی از این مزیت که از منطقه وسیع‌تری برای برداشت استفاده می‌شود، برخوردار است. ویژگی‌های هندسی ناپیوستگی‌ها مانند شیب و جهت شیب، اندازه و دیگر خصوصیات بزرگ مقیاس آن‌ها می‌تواند برداشت شود. ارتباط زمین‌شناسی بین گروه ناپیوستگی‌ها نیز در رخنمون‌های سنگی قابل مشاهده است. بزرگ‌ترین نقص این

های مهم برداشت شده شامل، جهت‌داری (شیب و جهت - شیب)، تداوم، فاصله‌داری، پایان‌یابی (مشخص بودن ابتدا و انتهای درزه) و چگالی درزه‌داری می‌باشند. در شکل ۵ نمایی از یکی از خطوط برداشت نشان داده شده است.



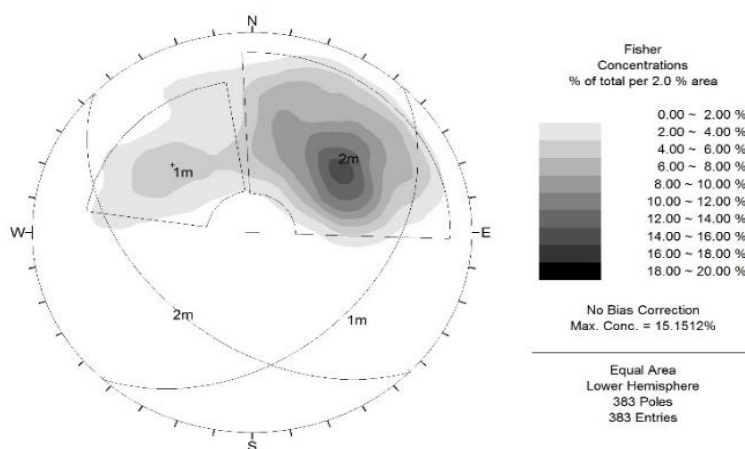
شکل ۵. نمایی از خط برداشت شماره ۲ در تکیه‌گاه سمت راست سد؛ دید در جهت حرکت رودخانه (جنوب)

لذا برای تشخیص و تفکیک بهتر دسته‌درزه‌ها، همه‌ی درزه‌های موجود مطابق شکل ۶ و بصورت یک‌جا تحلیل شده است.

بوده و حداقل یک انتها از ۵۰ درصد آن‌ها قابل مشاهده باشد (Baghbanan and Jing., 2008).

در این تحقیق در مجموع تعداد ده خط برداشت ۳۰ متری، بسته به امکان دسترسی و برداشت در بخش‌های مختلف دیواره‌های چپ و راست تکیه‌گاه سد لیرو در نظر گرفته شده است. مولفه-

با توجه به دسته‌درزه‌های قابل تفکیک در هر یک از ده ایستگاه برداشت، بر مبنای مولفه‌های شیب و جهت شیب، مشخص شد که بطور کلی، دو دسته درزه اصلی در این منطقه موجود است.



شکل ۶. تفکیک دسته درزه‌های برداشت شده از بخش‌های مختلف دیواره‌های چپ و راست تکیه‌گاه سد لیرو با استفاده از شبکه

اشمیت

۱-۵. چگالی و شدت درزه‌داری

در این مقاله با استفاده از روش برداشت پنجره مربعی درزه‌های قابل دیدن با استفاده از یک چارچوب یک متر مربعی دارای شبکه مش‌بندی ۱۰ سانتیمتر مربعی همانگونه که در شکل ۷ نشان داده شده، برداشت شدند. درزه‌های متقاطع با هر خط مش اندازه‌گیری و تعداد کلی درزه‌های شمارش شده در چارچوب یک متر مربعی به عنوان چگالی سطحی درزه (P₂₀) تعریف شدند.



شکل ۷. اندازه‌گیری چگالی درزه‌داری سطحی (P₂₀) با استفاده از پنجره مشبک

۲-۵. تحلیل آماری ویژگی‌های هندسی شبکه درزه‌ها

بررسی خصوصیات پارامترهای هندسی ناپیوستگی‌ها، اساس مدل‌سازی‌های هندسی تصادفی و آماری است. پردازش داده‌ها شامل تعیین پارامترهای هر درزه بر مبنای تابع توزیع آن پارامتر در آن دسته درزه است. از نظر تئوری تفاوت موجود در توابع توزیع درزه ناشی از تفاوت در فرآیندهای مکانیکی مختلفی است که درزه را ایجاد می‌کند. برای مثال توزیع یکنواخت تنش باعث ایجاد توزیع‌های نمایی و فرآیندهای پیچیده باعث ایجاد توزیع‌های لاگ نرمال در مولفه‌ی طول اثر درزه خواهد شد (Dershowitz and Einstein, 1988).

چگالی ناپیوستگی‌های سنگ در اصل، اندازه‌ای از تعداد ناپیوستگی‌ها بر واحد توده‌سنگ است که آن واحد، می‌تواند حجم، مساحت و یا طول باشد (Xu and Dowd., 2010). شدت درزه در دو بعد، P₂₁، به عنوان طول کلی درزه در داخل مساحت داده شده تعریف می‌شود. P₂₁ مستقل از مقیاس مقیاس است اما با جهت صفحه‌ای که اندازه‌گیری بر روی آن انجام می‌شود، تغییر می‌کند. P₂₁، تعداد دسته درزه‌ها، پایایی درزه و تعداد درزه‌های موجود را در نظر می‌گیرد. پارامتر سه-بعدی شدت درزه، P₃₂، به صورت مساحت کلی سطح درزه‌دار بر واحد حجم تعریف می‌شود. این پارامتر مانند P₂₁ مستقل از مقیاس است و به عنوان پارامتری حجمی، همچنین مستقل از جهت نیز است. تحقیقات اولیه در خصوص برآورد شدت حجمی درزه P₃₂ برای مقیاس‌های مختلف برداشت، توسط گروسمن (۱۹۶۶) انجام شد. درشواپتیز و هردا در سال ۱۹۹۲ طبقه‌بندی کاملی را برای شدت درزه سنگ به عنوان تابعی از مقیاس برداشت ارائه نمودند که در جدول (۱) نشان داده شده است.

ژانگ و انیشتین در سال ۲۰۰۰ رابطه (۱) را برای محاسبه P₃₂ پیشنهاد نمودند:

$$P_{32} = \frac{N_T E(A)}{V} \quad (1)$$

که در آن N_T تعداد کلی درزه‌های برداشت شده، E(A) مساحت متوسط درزه محاسبه شده و V حجم واحد (می‌تواند مترمکعب در نظر گرفته شود) است.

عدم دسترسی سه‌بعدی به یک توده‌سنگ باعث خواهد شد اندازه‌گیری مستقیم چگالی و شدت درزه‌داری بصورت مستقیم مشکل و غیرممکن باشد. این در حالیست که اندازه‌گیری میدانی (مستقیم) این پارامترها بصورت یک‌بعدی (در طول خط برداشت یا گمانه) و دو بعدی (در سطح دیواره‌ها، تونل‌ها و غیره) به سادگی قابل انجام است.

نمونه در شکل ۸ نشان داده شده است. نتایج، سازگاری بیشتر تابع توزیع لاگ-نرمال را برای توزیع طول درزه تایید می‌کند. خلاصه‌ای از تحلیل آماری مولفه‌های جهت‌داری و تداوم دسته درزه‌های برداشت شده در جدول ۲ ارائه شده است. براساس آزمونهای آماری انجام شده مولفه‌های شیب و جهت شیب درزه‌ها دارای توابع توزیع نرمال و مولفه تداوم دارای تابع توزیع لاگ نرمال با آماره‌های نشان داده شده در جدول ۲ هستند. عدد فیشر که به نوعی نماینده تابع توزیع شیب و جهت شیب بصورت همزمان است، میزان پراکندگی جهت‌داری درزه‌ها را نشان می‌دهد. هر اندازه عدد فیشر بزرگتر باشد نشان دهنده پراکندگی کمتر و تمرکز بیشتر درزه‌های موجود در یک دسته درزه خواهد بود. همانگونه که در جدول ۲ مشاهده می‌شود تمرکز درزه‌های دسته درزه شماره یک بیشتر است.

۷- ساخت مدل هندسی شبکه شکستگی گسسته

برای ساخت مدل شبکه درزه‌ها، اولین مرحله تعیین ابعاد مناسب مدل است، حد بیشینه ابعاد مدل بصورت تئوری ابعاد کل منطقه‌ای است که دارای شرایط درزه‌داری کاملاً مشابه با آنچه که برداشت شده است، باشد و کمینه این ابعاد باید بگونه‌ای تعریف شود که نماینده توده سنگ مورد مطالعه باشد. به این منظور با توجه به توابع توزیع طول خط اثر درزه‌های برداشت شده، ارتفاع دیواره‌های تکیه‌گاه‌ها و برآورد اولیه‌ای از حداکثر عمق نفوذ آب در تکیه‌گاه‌ها در تحلیل‌های هیدرولیکی و یا محل قرارگیری مرزهای ثابت مدل در تحلیل‌های پایداری، ابعاد ۲۱۰ × ۱۵۰ × ۶۰ متر در امتداد و موازی با خط برداشت (امتداد رودخانه) مانند شکل ۹ تعیین گردید

شد به عنوان نمونه مقطع عمود بر راستای رودخانه در شکل ۱۱ نشان داده شده است. به منظور مقایسه بهتر نتایج خروجی مدل هندسی، مقاطع دوبعدی هم‌راستا با سطوح برداشت (امتداد رودخانه) نیز به تفکیک هر دسته درزه و بصورت کلی از مدل تهیه شد.

باتفکیک هر دسته درزه و جداسازی ویژگی‌های درزه‌های مربوط به آن از جمله شیب، جهت شیب، تداوم، فاصله‌داری، طول اثر و عدد فیشر (شاخص پراکندگی درزه‌ها) اطلاعات لازم برای مطالعات آماری و مدل‌سازی درزه‌ها فراهم می‌گردد.

با استفاده از نرم افزار آماری Easyfit، تابع چگالی احتمال مولفه‌های هندسی برداشت شده برآورد شد. برای آزمودن این فرضیه که توزیع داده‌های برداشت شده از یک الگوی خاص تابع چگالی احتمال پیروی می‌کند یا خیر، از آزمون‌های بهترین برازش استفاده شد. این آزمون‌ها بهترین توزیعی که بر داده‌های اندازه‌گیری شده برازش می‌شود را نشان می‌دهند. در این تحقیق از آزمون‌های بهترین برازش کولموگروف - اسمینوروف، آندرسون - دارلینگ و چي - اسکویر برای ارزیابی تابع چگالی احتمال شیب، جهت شیب، تداوم، فاصله‌داری، میزان بازشدگی و طول اثر درزه‌ها استفاده شده است.

در سطح اعتماد مشخص (α) اگر مقدار آماره آزمون‌های کولموگروف - اسمینوروف (D)، آندرسون - دارلینگ (A^2) و چي - اسکویر (χ^2) از مقدار بحرانی آن‌ها بیشتر باشد، فرضیه شکل توزیع رد خواهد شد. در جاییکه فرضیه چند توزیع مختلف برای یک متغیر وجود داشته باشد هرچه آماره آزمون انجام شده در هریک از توزیع‌های پیشنهادی کمتر باشد، آن توزیع به عنوان بهترین توزیع شناخته خواهد شد. از مقادیر α برابر ۰/۰۱ و ۰/۰۵، معمولاً برای ارزیابی فرض تهی (null hypothesis) (H_0) در سطح اعتمادهای مختلف استفاده می‌شود. در اغلب موارد مقدار α برابر ۰/۰۵ استفاده می‌شود. این مقاله نیز از همین مقدار استفاده شده است. نتایج مقایسه‌ی آزمون‌های بهترین برازش برای طول اثر دسته درزه یک به عنوان پس از تعیین ابعاد مدل، با استفاده از کد 3D-DFN، مدل شبکه درزه‌ها ساخته شد. یک نمونه از مدل ساخته شده در شکل ۱۰ به تفکیک هریک از دسته درزه‌ها و به صورت کلی نشان داده شده است. برای تعیین مقادیر چگالی و شدت درزه‌داری خطی و سطحی در راستاهای مختلف مقاطع دوبعدی در مدل ایجاد

جدول ۱. چگالی و شدت درزه‌داری توده سنگ به عنوان تابعی از مقیاس برداشت (Dershowitz and Herda , 1992)

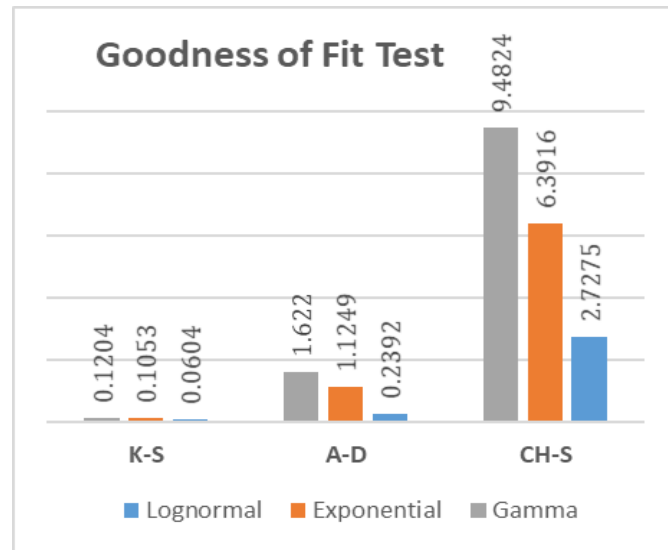
Discontinuity Dimension		1	2	3	
Dimension of surveyed zone	P_{00} Length ⁰ The number of discontinuities at the surveyed points of mass	----	----	----	Point measurements
	P_{10} Length ⁻¹ Number of discontinuities per unit scanline length (linear intensity)	P_{11} Length ⁻¹ The length of discontinuities per unit scanline length (linear porosity)	----	----	Linear measurements
	P_{20} Length ⁻² Number of discontinuity centers per unit surveyed area (surface density)	P_{21} Length ⁻² The length of discontinuity trace length per unit surveyed area	P_{22} Length ⁰ Surface area of discontinuities per unit surveyed area (surface porosity)	----	Surface measurements
	P_{30} Length ⁻³ The number of discontinuities in the volume unit (volume density)	P_{31} Length ⁻¹ The trace lengths of discontinuities per unit volume of rock mass	P_{32} Length ⁻¹ Area of discontinuities in unit volume of rock mass (volumetric intensity)	P_{33} Length ⁻¹ Volume of discontinuities per unit of rock mass volume (volume porosity)	Volumetric measurements

Density



Intensity





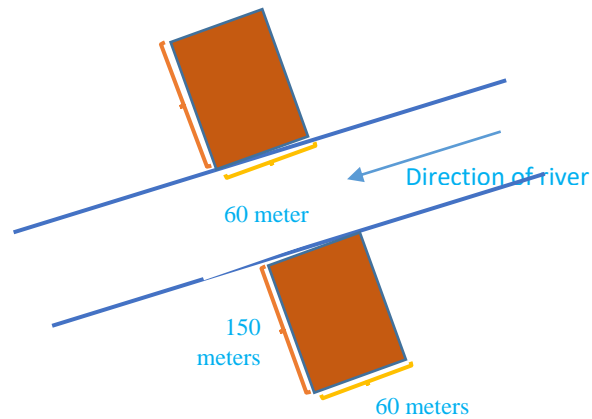
شکل ۸. نتایج مقایسه‌ی آزمون بهترین برازش به طول اثر دسته درزه ۱

جدول ۲. مشخصات آماری جهت‌داری و تداوم دسته درزه‌ها

Joint set	Orientation						Fisher Number K_r	Trace Length (Meter)				
	Dip (Degree)			Dip direction (Degree)				Distribution function	mean	Standard deviation	$(\mu)^*$	$(\sigma)^{**}$
	Distribution function	mean	Standard deviation	Function type	mean	Standard deviation						
1	Normal	42.958	11.593	Normal	133.5	21.173	20.044	Log-Normal	2.101	2.271	0.283	0.980
2	Normal	49.702	14.228	Normal	233.84	23.741	13.11	Log-Normal	2.331	2.220	0.456	0.890

*Position parameter

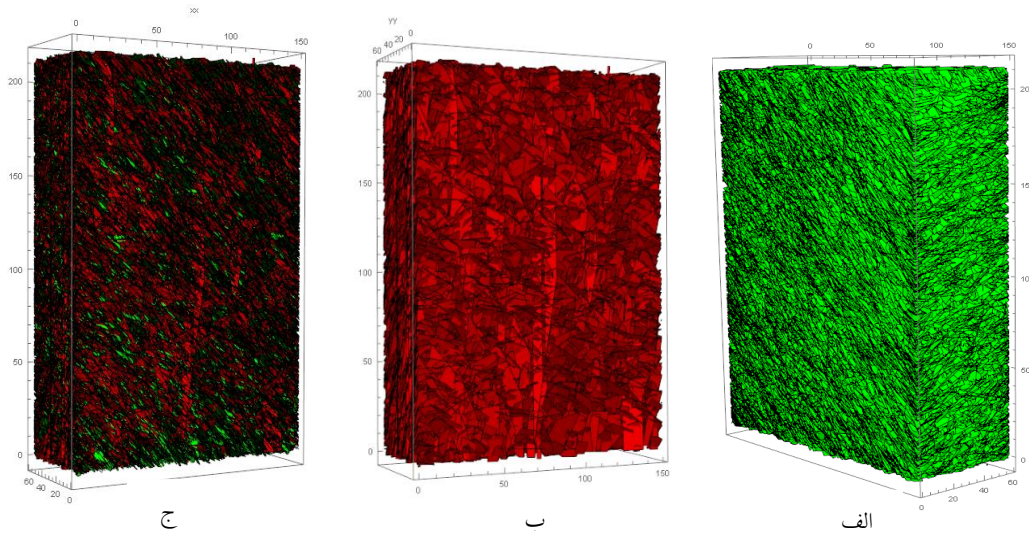
**Scale parameter



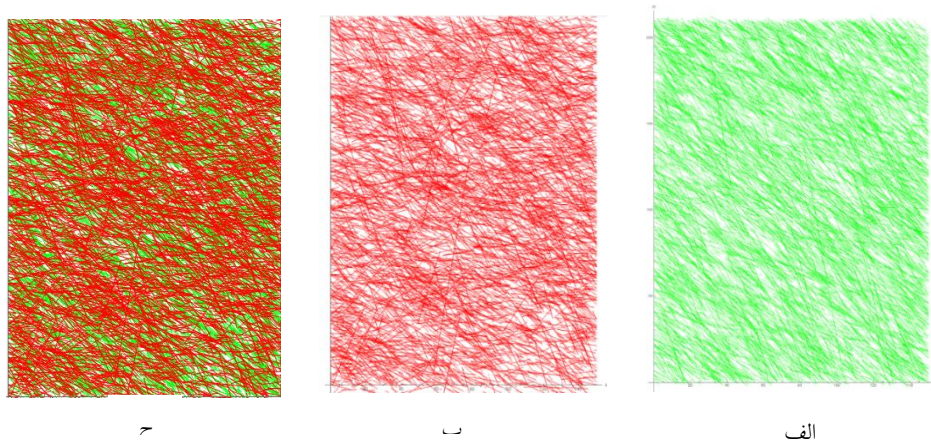
شکل ۹. نمای شماتیک از بلوک‌های در نظر گرفته شده در تکیه‌گاه‌های سد برای ساخت مدل هندسی درزه‌ها

هندسه‌ی تکیه‌گاه‌های چپ و راست بعد از حذف درزه‌هایی با تداوم کمتر از ۰/۷ متر، مشاهده می‌گردد.

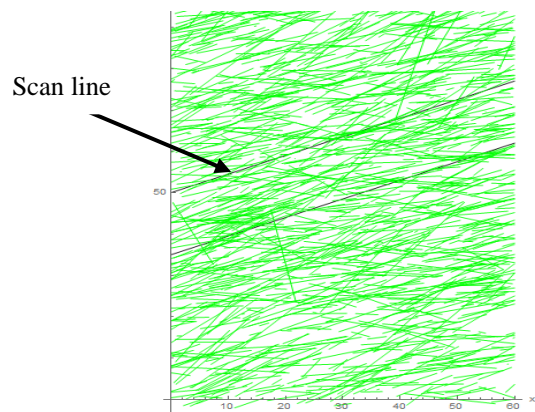
شکل ۱۲ مقطع ایجاد شده در مدل دسته‌درزه یک به همراه تعریف خط برداشت مطابق با خط برداشت واقعی برای محاسبه‌ی چگالی و شدت درزه‌داری خطی مدل، را نشان می‌دهد. در شکل ۱۳ خط اثر درزه‌ها در مقاطع دوبعدی به همراه



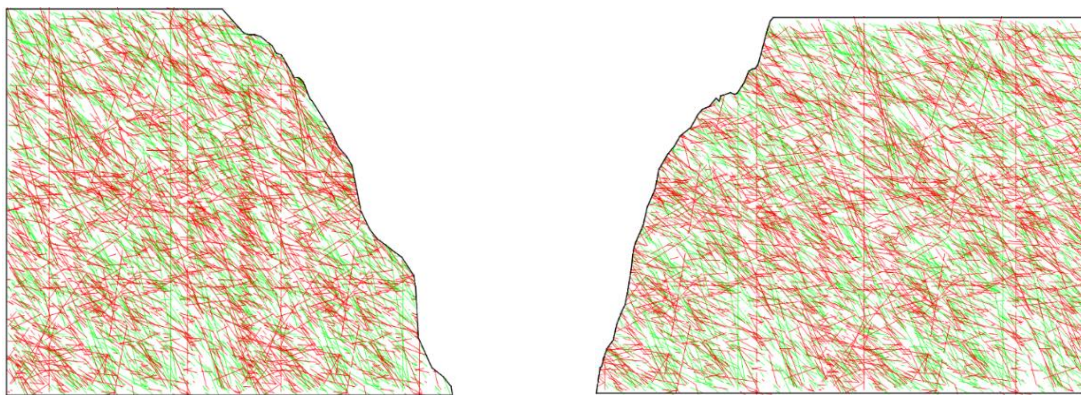
شکل ۱۰. خروجی یکی از مدل‌های ساخت شبکه درزه‌ها الف) دسته درزه ۱. ب) دسته درزه ۲. ج) دسته درزه‌های ۱ و ۲



شکل ۱۱. مقاطع عمود بر امتداد رودخانه الف) دسته درزه ۱. ب) دسته درزه ۲. ج) دسته درزه‌های ۱ و ۲



شکل ۱۲. مقطع دوبعدی هم راستا با سطوح برداشت از دسته درزه ۱



شکل ۱۳. نمای دوبعدی مدل هندسی تکیه گاه های راست و چپ

شده است. به عنوان نمونه آماره های مربوط به مولفه شیب هر دو دسته درزه حاصل از شبیه سازی با داده های ورودی در جدول ۳ نشان داده شده است. مولفه های شدت درزه داری خطی، سطحی و حجمی نیز پس از محاسبه در مدل نهایی خروجی با مولفه های برداشت شده مقایسه شده اند. نتایج در جدول ۴ ارائه شده است. همچنین تابع توزیع آماری مولفه طول اثر درزه در مقطع ایجاد شده در راستای سطح برداشت واقعی، محاسبه شده است. نتایج مربوط به شکل تابع توزیع و آماره مقیاس (σ) در جدول شماره ۴ برای مقایسه ارائه شده است.

۸. اعتبارسنجی مدل هندسی

با توجه به قابلیت های تعریف شده در کد 3D-DFN، پس از اجرای هر دفعه مدل سازی برای یک دسته درزه، امکان محاسبه و تعیین تمامی مشخصات آماری مولفه های هندسی درزه های شبیه سازی شده وجود دارد. همچنین با توجه به قابلیت تکرار مدل سازی تصادفی، می توان شبیه سازی را به تعداد دلخواه تکرار نمود و در نهایت از بین مدل های ساخته شده، مدلی با بیشترین انطباق آماری با داده های ورودی را به عنوان مدل شبیه سازی نهایی انتخاب کرد. برای مدل ساخته شده نیز همین فرآیند انجام

جدول ۳. مولفه‌های آماری شیب دسته درزه‌ها، برداشت شده و پس از مدل‌سازی بوسیله‌ی 3D-DFN

Joint set	Dip (Degree)					
	Surveyed			3D-DFN Out put		
	mean	Standard deviation	Standard deviation	mean	Standard deviation	Standard deviation
1	42.96	11.59	Normal	41.86	10.68	Normal
2	49.70	14.23	Normal	49.32	13.47	Normal

جدول ۴. مقایسه داده‌های ورودی و خروجی مدل

Data				Percentage of compliance	Compared Parameters
3D-DFN Out-put		Input			
Joint set 2	Joint set 1	Joint set 2	Joint set 1		
2.93	0.7	2.85	0.7	> %90	P10
3	1.89	2.58	1.18	> %75	P21
4.05	1.95	4.13	1.29	> %90	P32
1.1	0.97	0.89	0.98	> %90	Scale parameter of trace length (σ)
Log-Normal	Log-Normal	Log-Normal	Log-Normal		Distribution function of trace length

۹. بحث و نتیجه‌گیری

در این نوع مدل‌سازی، تعداد زیادی شبکه ناپیوستگی به صورت تصادفی تولید می‌شود و شبکه‌ای که بیشترین تطابق را با شبکه مورد بررسی دارد بر اساس آزمون‌های آماری مولفه‌های هندسی درزه‌ها انتخاب می‌شود. برای سنجش میزان کارایی کد تهیه شده نیز براساس قابلیت‌های تعبیه شده که در بخش ۳ به آن اشاره شده است، از همین مبنا استفاده شده است. که به عنوان نمونه نتایج مربوط به شیب دسته‌درزه‌ها در جدول ۳ ارائه شده است. پس از اطمینان از رضایت بخش بودن نتایج تطابق آماره-های مولفه‌های هندسی مدل ساخته شده با واقعیت، به منظور کنترل نهایی مدل، مولفه‌های چگالی و شدت‌های درزه‌داری در بعدهای مختلف مانند آنچه در جدول شماره ۱ تعریف شده است، با داده‌های واقعی برداشت شده مقایسه شده است. مقادیر چگالی‌ها و شدت‌های درزه‌داری خطی و سطحی (P_{10} و P_{21}) که بطور مستقیم در روش خط برداشت و استفاده از پنجره

در نظر گرفتن ویژگی‌های تصادفی پارامترهای هندسی درزه و ارایه مدلی تا حد امکان واقعی از توده سنگ که از لحاظ آماری معتبر باشد و گویای ویژگی‌های هندسی توده سنگ برجا باشد، به منظور کاربرد در تحلیل‌های پایداری و هیدرولیکی لازم است. در این مقاله با توجه به تاثیر شدید پایایی درزه بر شرایط پایداری و رفتار هیدرولیکی توده سنگ، مدل تصادفی شبکه درزه با در نظر گرفتن ویژگی آماری اندازه طول درزه با استفاده از کد تهیه و توسعه داده شده 3D-DFN ساخته شده است. با توجه به این که در ساختگاه مورد مطالعه، دسترسی کافی به تمامی سطوح دیواره‌ها امکان پذیر نبوده است، از طرفی هدف اصلی، آزمایش کارایی نرم‌افزار تهیه شده با قابلیت‌های ذکر شده بوده است، لذا مدل هندسی براساس برداشت‌های سطحی قابل دسترسی، ساخته شده است.

برداشت برای دسته درزه‌ها تعیین شده است به راحتی با داده‌های خروجی حاصل از قابلیت نمونه‌گیری خطی و سطحی تعبیه شده در مدل قابل مقایسه است.

با توجه به اینکه دسترسی به بعد سوم در اکثر موارد مانند پروژه مورد مطالعه امکان پذیر نیست و یا دسترسی محدودی وجود دارد، برای مقایسه مقادیر شدت درزه‌داری حجمی بوجود آمده در مدل و داده‌های برداشت شده از رابطه شماره ۱ استفاده شده است. به این صورت که امکان محاسبه شدت درزه‌داری حجمی براساس حاصل تقسیم مجموع سطوح درزه‌های تولید شده بر حجم کل در مدل وجود دارد که مقدار p_{32} مدل‌سازی شده را به کاربر خواهد داد. در نهایت این مقدار با مقدار محاسبه شده از رابطه یک مقایسه شده است. در رابطه یک مساحت متوسط درزه‌های ایجاد شده از طریق مساحت متوسط دیسک‌های دایره‌ای معادل با درزه‌هایی که به شکل چندضلعی ایجاد شده‌اند

بدست می‌آید. مقدار متوسط قطر این دیسک‌ها برای محاسبه مساحت از طریق محاسبه میانگین طول اثر درزه‌ها با فرض یکسان بودن تابع توزیع طول اثر و تداوم براساس فرض پرست (Priest, S.D., 1993) بدست آمده است. مقادیر برداشت شده، خروجی مدل‌سازی و درصد انطباق آنها بصورت خلاصه در جدول ۴ ارائه شده است. همچنین در جدول ۴ تابع توزیع طول اثر درزه‌ها در مقاطع برداشت شده و مقاطع مدل هندسی ساخته شده مقایسه شده است که انطباق خوبی را نشان داده است.

نتایج مدل‌سازی هندسی انجام شده توسط کد تهیه شده در مقایسه با واقعیت موجود بسیار رضایت بخش بوده است. در نهایت با توجه به قابلیت‌های طراحی شده در مدل‌سازی و ارزیابی خروجی‌های مناسب برنامه‌های عددی ناپیوسته در این کد، از آن می‌توان در مطالعات جریان سیال و پایداری بخوبی استفاده نمود.

منابع:

- افتخاری، س.م. و باغبانان، ع. و باقرپور، ر.، ۱۳۹۲. تحلیل عددی تاثیر مشخصات هندسی شکستگی‌های توده سنگ بر نرخ نفوذ دستگاه *TBM*. نشریه علمی و پژوهشی مهندسی معدن، دوره ۸ شماره ۱۸، صفحه ۱۲-۱.
- امامی میبدی، ع.، جلالی، م.، و یاراحمدی بافقی، ع.، ۱۳۹۵. مدل‌سازی شبکه ناپیوستگی گسسته به منظور برآورد خردشوندگی برجای توده سنگ در روش‌های استخراج تخریبی. مقاله نشریه انجمن زمین‌شناسی مهندسی ایران. دوره ۹ شماره ۱۲ صفحه ۴۴-۲۷
- امینی، ا.، و یاراحمدی بافقی، ع.، ۱۳۸۶. مدل‌سازی سه بعدی هندسی، ژئوتکنیکی توده‌سنگ‌های درزه‌دار به روش آماری (مطالعه موردی: بلوک تکنونیک II معدن چغارت). مجموعه مقالات سومین کنفرانس مکانیک سنگ ایران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران.
- امینی، ا.، و یاراحمدی بافقی، ع.، ۱۳۸۸. شبیه‌سازی شبکه ناپیوستگی‌ها در مدل‌سازی ژئوتکنیکی فضاهای زیرزمینی توسط محیط نرم‌افزاری Mathematica، مجموعه مقالات هشتمین کنفرانس تونل ایران، تهران.
- گودرزی، ه.، و یاراحمدی بافقی، ع.، ۱۳۹۲. مدل‌سازی سه‌بعدی هندسی - ژئوتکنیکی توده‌سنگ‌های درزه‌دار به روش دیسک‌های تصادفی (ارائه برنامه RD3DGM)، مجموعه مقالات دهمین کنفرانس ملی تونل، تهران.
- Baghbanan, A., Jing, L., 2008. Hydraulic Properties of Fractured Rock Masses with Correlated Fracture Length and Aperture. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 44(5), 704– 719. DOI:10.1016/j.ijrmms.2006.11.001.
- Bang, S.H., Jeon, S., Kwon, S., 2012. Modeling the Hydraulic Characteristics of a Fractured Rock Mass with Correlated Fracture Length and Aperture: Application in the Underground Research Tunnel at Kaeri. *Nuclear Engineering and Technology*, 44 (6), 639-652. DOI:10.5516/02.2011.026.
- Dershowitz, W. S., Herda, H. H., 1992. "Interpretation of fracture spacing and intensity". In: *Proceedings of 33rd US Symposium on Rock Mechanics*. Rotterdam: Balkema; p. 757–766.
- Dershowitz, W.S., Einstein, H.H., 1988. Characterizing Rock Joint Geometry with Joint System Models. *Rock Mechanics and Rock Engineering* 21(1), 21–51. DOI:10.1007/BF01019674.

- El-Ramly, H.; Morgenstern, N. R.; Cruden, D. M., 2002. Probabilistic slope stability analysis for practice. *Can. Geotech. J.* 39, 665–683.
- Feng Ren.; Guowei Ma.; Lifeng Fan.; Yang Wang.; Hehua Zhu., 2017. Equivalent discrete fracture networks for modelling fluid flow in highly fractured rock mass, *International Journal of Engineering Geology*. DOI: 10.1016/j.enggeo.2017.09.013
- Fereshstenejad S.A, Afshari M. K, Yarahmadi Bafghi A.R, Laderian, A., Safaei, H, Song J.J., 2016. A discrete fracture network model for geometrical modeling of cylindrically folded rock layers, *International Journal of Engineering Geology*. 215 pp 81-90. DOI: /10.1016/j.enggeo.2016.11.004
- Gumede, H., & Stacey, T. R., 2007. Measurement of Typical Joint Characteristics in South African Gold Mines and the Use of These Characteristics in the Prediction of Rock Falls. *The Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 107, 335-344. ISSN: 0038-223X/3.00.
- Hudson, J.A., La Pointe, P.R., 1980. Printed Circuits for Studying Rock Mass Permeability, *International journal of rock mechanics and mining sciences and geomechanics abstracts*, Technical Note, 17(5), 297-301. DOI:10.1016/0148-9062(80)90812-8.
- Ivanova, V., Xiaomeng, Y., Veneziano, D., Einstein, H.H., 1995. Development of Stochastic Models for Fracture Systems. *Rock Mechanics*, Balkema, Rotterdam, ISBN 90 5410 552 6.
- Kulatilake, P.H.S.W., Chen, J., Teng, J., 1996. Discontinuity Geometry Characterization in a Tunnel Close to the Proposed Permanent Shiplock Area of the Three Gorges Dam site in China. *International Journal of Rock Mechanics, Mining Science & Geomechanics Abstract*, 33(3), 255-277. DOI:10.1016/0148-9062(95)00060-7.
- Kulatilake, P.H.S.W., Park, J., Um, J., 2004. Estimation of Rock Mass Strength and Deformability in 3-D for a 30 m Cube at a Depth of 485 m at Aspo Hard Rock Laboratory. *Geotechnical and Geological Engineering*, 22(3), 313–330. DOI:10.1023/B:GEGE.0000025033.21994.c0.
- Le Garzic, E., & L'Hamaide, T., & Diraison, M., & et al., 2011. Scaling and Geometric Properties of Extensional Fracture Systems in the Proterozoic Basement of Yemen, Tectonic interpretation and fluid flow implications. *Journal of Structural Geology*, 33(4), 519-536. DOI:10.1016/j.jsg.2011.01.012.
- Lee, J. S.; Veneziano, D.; Einstein, H. H., 1990. Hierarchical fracture trace model. In: Hustrulid W A, Johnson G A, editors. *Rock mechanics; contributions and challenges; proceedings of the 31st U.S.symposium*. Rotterdam: A. A. Balkema; p. 261–8.
- Martel, S., Hestir, K., Long, J.C.S., 1991. Generation of Fracture Patterns Using Self-Similar Function Concepts. *Earth Sciences Division Annual Report*, Lawrence Berkeley Lab, Berkeley, California, 52-56.
- Na Huang, Yujing Jiang, Richeng Liu, Bo Li., 2017. Estimation of permeability of 3-D discrete fracture networks: An alternative possibility based on trace map analysis. *International Journal of Engineering Geology*. 226. pp 12–19. <http://dx.doi.org/10.1016/j.enggeo.2017.05.005>.
- Pine R.J., Coggan, J.S., Flynn, Z., Elmo, D., 2006. The development of a comprehensive numerical modelling approach for pre-fractured rock masses. *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 39. 5: 395- 419.
- Priest, S.D., 1993. *Discontinuity Analysis for Rock Engineering*. Published by Chapman & Hall, London, p. 473. ISBN: 978-94-010-4656-5.
- Priest, S.D., Samaniego, J.A., 1988. *The Statistical Analysis of Rigid Block Stability in Jointed Rock Masses*. 5th Australia-New Zealand Conference on Geomechanics, (pp. 398-403), Barton, A.C.T.: Institution of Engineers, Australia, Sydney. ISBN: 0858254271 & 0858254085.
- Rogers, S. F.; Kennard, D. K.; Dershowitz, W. S.; vanas, A., 2007. Characterising the in situ fragmentation of a fractured rock mass using a discrete fracture network approach, *Rock Mechanics: Meeting Society's Challenges and Demands - Eberhardt, Stead & Morrison (eds) Taylor & Francis Group*, London, ISBN 978-0-415-44401-9.
- Rogers, S.F., Elmo, D., Catalan, A., 2014. Volumetric Fracture Intensity Measurement for Improved Rock Mass Characterisation and Fragmentation Assessment in Block Caving Operations. *International Journal of Rock Mechanics Rock Engineering*, 44(5), 704– 719.
- Reyes, O., Einstein, H. H., 1991. Failure Mechanics of Fractured Rock - A Fracture Coalescence Model. 7th International Society for Rock Mechanics, A.A. Balkema. Permission to Distribute –
- Veneziano, D., 1978. Probabilistic models of joints in rock. Research report. Department of Civil and Environmental Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.

-
- Wanga, C.; Tannant, D. D.; Lilly, P. A., 2003. Numerical analysis of the stability of heavily jointed Rock slopes using PFC2D. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 40, 415–424
- Xu, C., Dowd, P., 2010. A New Computer Code for Discrete Fracture Network Modeling. *Computers & Geosciences*, 36(3), 292–301. DOI:10.1016/j.cageo.2009.05.012.
- Yu, X., 1992. Stochastic Modeling of Rock Fracture Geometry. M.S. Thesis, MIT, Cambridge, MA. URI: <http://hdl.handle.net/1721.1/12176>.
- Xu, Ch., Fidelibus, C., Dowd, P., Wang, Z., Tian, Z., 2018. An iterative procedure for the simulation of the steady-state fluid flow in rock fracture networks. 242. pp 160-168. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.06.005>