

مجله انجمن زمین شناسی مهندسی ایران بهار ۱۴۰۲، جلد شانزدهم، شماره ۱ صفحه ۱۱۱ تا ۱۲۸

ارزیابی عددی اثر لایهبندی غیر افقی خاک بر پاسخ لرزهای تپههای متناوب نیمسینوسی مسعود عامل سخی^۱*، عبدالله سهرابی بیدار^۲، آیدا هراتی^۳

دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۴/۱۸ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۲/۳۰

چکیدہ

ویژگیهای توپوگرافی و زمین شناسی، تأثیر قابل توجهی بر پاسخ لرزهای سازهها دارد. برخی از توپوگرافیها در طبیعت به طور متناوب وجود دارند. تناوب توپوگرافی می تواند از دلایل تشدید قابل توجه حرکت لرزهای زمین باشد. با اینحال، اکثر مطالعات بر تشدید ناشی از یک توپوگرافی واحد تمرکز کردهاند. پژوهشهای محدودی بر روی توپوگرافیهای متناوب و در کنار یکدیگر انجام شدهاست. در این مقاله، تشدید حرکت لرزهای زمین در تپههای ناهمگن (از نظر جنس مصالح) به شکل نیم سینوسی و متناوب که مصالح تپه، لایههایی با زوایای ۱۵ تا ۷۵ درجه نسبت به افق دارند، بررسی شدهاند. در تمام زاویههای لایهبندی با افزایش تعداد تپهها، میزان تشدید جابهجایی نیز افزایش می یابد مثلاً برای خطالرأس، در زاویه ۴۵ درجه با افزایش تعداد تپهها به سه عدد حداکثر بزرگنمایی تا ۲ درصد افزایش می یابد. در زاویههای کوچکتر، افزایش تشدید تپههای سه لایه نسبت به تپههای دو لایه، قابل توجهتر است و هرچه زاویه بین لایهای بزرگتر شود مقدار تشدید تپههای کوچکتر، افزایش تشدید تپههای سه لایه نسبت به تپههای دو لایه، قابل توجهتر است و هرچه زاویه بین لایهای بزرگتر شود مقدار تشدید تپههای کو و و سه لایه به یکدیگر نزدیکتر می شوند. بنابراین هر یک از پارامترهای تغییر زاویه مصالح لایههای میزان تشدید تپههای می و و یو سه لایه به یکدیگر نزدیکتر می شوند. بنابراین هر یک از پارامترهای تغییر زاویه مصالح لایههای میزرگتر شود مقدار تشدید تپههای دو و لایههای موجود در تپه بر میزان بزرگنماییهای لرزهای تأثیر داشته و باید به هر کدام از این پارامترها در طراحی های لرزهای توجه شود.

كليد واژهها: توپوگرافى، لايەبندى خاك، اثرات توپوگرافى، تپە نيمسينوسى

۱۱. استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه صنعتی قم، amelsakhi@qut.ac.ir

۲ دانشیار دانشکده زمین شناسی، دانشکدگان علوم، دانشگاه تهران

^۳ فارغ التحصيل كارشناسي ارشد گروه مهندسي عمران، دانشكده فني و مهندسي، دانشگاه صنعتي قم

^{*} مسئول مكاتبات

۱. مقدمه

ارزیابی زلزلههای مخرب نشان میدهد که شرایط محلی از جمله توپوگرافی (شیبها، برآمدگیها و درهها) و زمینشناسی (آبرفتها، شکستگیها و گسلها) اثرات معنیداری بر ویژگیهای حرکت زمین و شدت لرزهای دارد. با این وجود، ثبت دقیق جزئیات حرکت زمین در طول ناهمواریها وجود ندارد؛ بنابراین، تعیین مقدار واقعی اثر توپوگرافی در حرکت زمین، بسیار دشوار است.

گاهاً، تفاوتهایی بین مشاهدات میدانی با پیش بینیهای عددی بزرگنمایی وجود دارد؛ حرکتهای زمینی ثبت شده اغلب بزرگتر از پیش بینی های عددی هستند. چنین تفاوت هایی به عوامل زیادی نسبت داده شدهاست: هم چون وجود یک لایه خاک سست در سطح، زاویه موج میدان و جهت آن، نوع موج، هندسه توپوگرافی سه بعدی، یا در بعضى موارد اثرات اضافى تشديد به دليل اثرات لايه خاك Luo, et al., 2020, Zhang, et al., 2018, Tripe, et al.,) 2013). از سال ۱۹۷۴، هنگامی که تریفوناک مطالعات تئوری در مورد پاسخ دو بعدی یک دره نیمدایرهای تحت تحریک موج SH هارمونیک را آغاز کرد، تحقیقات بسیاری برای بررسی اثرات سایت بر روی حرکت قوی زمین انجام شد (Wong and Trifunac, 1974). حل تحليلي براي شكست موج SH صفحهای ناشی از تونل نعل اسبی با یک قوس معکوس توسط کااو و همکاران (۲۰۰۱) ارائه شد. نتایج آنها نشان داد که هر چه تونل در عمق بیشتری اجرا گردد اثرات پاسخ زمین کمتر است. لیو و همکاران (۲۰۱۰) بر روی پراکندگی امواج SH، با دو تپه با هندسه های مختلف (تپه مثلثی و نیمدایرهای) مطالعه کردند. نتایج مطالعات آنها نشان داد که رأس تپهها به دلیل برخوردهای متعدد امواج نسبت به بار دینامیکی خارجی بسیار حساس هستند؛ مثلاً رأس عارضه مثلثی، حداکثر دامنه را نشان داده و دارای بیشترین حساسیت به بار خارجی است. کمالیان و همکاران (۲۰۰۳) پیکربندی رابطههای ریاضی پیشرفته روش المان مرزی دو بعدی در حوزه زمان برای انجام تجزیه و تحلیل پاسخ سایت از

ساختارهای توپوگرافی با فرض رفتار الاستودینامیک خطی تحت امواج P، SV و رایلی را به دست آوردند. این محققین در ادامه مطالعات خود از روش هیبرید دو بعدی FE/BE به منظور اجرای تحلیل پاسخ سایت تپههای ذوزنقهای شکل در گستره زمانی استفاده کردند. توپوگرافیهای تپه، دره و شیروانی تحت امواج SV توسط نگوین و همکاران در سال ۲۰۰۷ مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان داد که شرایط توپوگرافی محلی نقش مهمی در اصلاح حرکت لرزهای زمین در خود توپوگرافی و همسایگی آن دارد. کمالیان و همکاران در سال ۲۰۰۸ به یک مطالعه پارامتری عددی در مورد رفتار لرزهای تپههای همگن دو بعدی تحت امواج قائم SV پیشرونده پرداختند. نتایج این محققین حاکی از آن بود که پتانسیل تقویت این تپهها به شدت تحت تأثیر طول موج، نسبت شکل، شکل تپه و نسبت پوآسون محیطها است. سهرابی بیدار و همکاران (۲۰۰۹) فرمولاسیون یک روش المان مرزی سه بعدی حوزه زمانی را برای تحلیل پاسخ سایت توپوگرافی ارائه دادند. تحلیلهای پاسخ لرزمای تپههای سه بعدی گاوسی شکل بیانکننده این بود که اگر تپه در معرض امواج با طول موج بسیار بیشتر از عرض تپه قرار گیرد، پتانسیل تقویت تا حدودی کم است و تقریباً برای تپههای محوری و غیر محوری یکسان است؛ لذا عملاً می توان آن را نادیده گرفت. چنانچه تپه در معرض امواج با طول موج کمتر از عرض تپه باشد، پتانسیل تقویت عمومی تپههای کشیده محوری و غیر محوری یکسان خواهد بود. درصورتیکه تپه تحت امواج با طول موج برابر یا بیشتر از عرض تپه واقع شود، تقویت تپههای محوری سه بعدی بیشتر از تقویت تپههای غیر محوری دو و سه بعدی خواهد بود. در حالت اخیر به نوع موج و طول موج بستگی دارد، اگر نسبت بعد یال بيش از نصف طول موج باشد، پتانسيل تقويت آن همانند حالت دو بعدی خواهد بود (Sohrabi-Bidar, et al., 2009). افضلی راد و همکاران در سال ۲۰۱۴ فرمولاسیون پیشرفته از دامنه زمانی، به کمک روش المان مرزی دو بعدی با میرایی مصالح ارائه داده و پاسخهای لرزهای از سایتهای لایهای

بینظمیهای توپوگرافی در معرض انتشار قائم امواج SV، استفاده از یک فراماده (Meta soil) توسط ملکی و همکاران در سال ۲۰۱۷ پیشنهاد شد. علاوه بر آن، شرایط متعددی در مورد شکل تپه و فرکانس تحریک مورد بررسی قرار گرفت. مدلهای مختلف بر اساس این متغیرها دو بار مطالعه شده؛ فاز اول، یک سری از مدلهای بدون فراماده و فاز دوم، همان مدل دارای ۲۰ شبکه سلول فراماده در هر طرف تیه مورد بررسی قرار گرفتند. فراماده به عنوان سلولهایی شامل یک هسته صلب و یک پوشش سازگار از سرب و نایلون معرفی گردیدند و فاصله جانبی هر کدام از یکدیگر ۱/۵ متر بود. کارایی استفاده از چنین سیستمهایی با در نظر گرفتن انواع مختلف خاک، نسبت شکل تپه، هندسه فراماده و فرکانس های تحریک بررسی شد. نتایج این تحقیق نشان داد که کاهش جابهجایی های سطح زمین با استفاده از فراماده در بیشتر موارد، به ویژه زمانی که تقویت سطح زمین قابل توجه باشد، مفید است (Maleki, et al., 2017). افضلی راد و همکاران در سال ۲۰۱۹ به بررسی واکنش لرزهای تپههای دوبعدی دوگانه نيمسينوسي با استفاده از يک الگوريتم المان مرزى ويسكوالاستيك توسعه يافته در معرض امواج P و SV پرداختند؛ از نتایج به دست آمده مشخص است که تاج تپههای همجوار همگن با نسبت شکل مشابه، تقویت بزرگتری را در مقایسه با تاج تپههای تکی دارند. مودها و همکاران در سال ۲۰۲۰، تقویت حرکت لرزهای توپوگرافی بر روی تپههای با هندسههای مختلف مثلثی، سهمی، ذوزنقهای شکل با نسبتهای شکل ۰/۲۵، ۰/۵، ۰/۷۵، ۱، ۱/۵ و ۲ در چهار عرض ۵۰۰، ۱۰۰۰، ۱۵۰۰ و ۲۰۰۰ متر را بررسی نمودند. این مطالعه پارامتری زاویه شیب از ۱۴ تا ۷۶ درجه را پوشش داد که محدوده مناسبی برای سکونت انسان است. بیشترین تقویت امواج حادثهای در رأس تپه به دلیل به دام انداختن انرژی و کوچکنمایی در پای تپه به دلیل پراکنده شدن امواج مشاهده شد (Modha, et al., 2020). ایثاری و همکاران (۲۰۲۰) با استفاده از روش المان مرزی سه بعدی پاسخ لرزهای به دست آمده در دره سد پاکویما را با پاسخهای

افقی، درههای نیمدایرهای، توپوگرافی شیبدار و بخشهای تپه تحت این امواج را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. نتایج عددی تأیید کرد که نسبت میرایی بر الگوی کلی پتانسیل تقویت توپوگرافی تأثیر نمی گذارد، بلکه می تواند نقش کلیدی در کنترل شدت آن ایفا کند. عامل سخی و همکاران در سال ۲۰۱۴، با تمرکز بر مطالعه شکل خاصی از توپوگرافی تپه، پاسخهای طیفی نقاط مختلف بر روی تپهها و در کنار آن تفاوتهای قابل توجهی را بین روشهای یک بعدی و دو بعدى تحليلهاى ژئوتكنيكى نشان دادند. نتايج اين تحقيق نشان داد روند کلی تشدید در بالای تپهها و کوچکنمایی در نزدیکی پای تپهها در طیفهای پاسخ شتاب، سرعت و جابهجایی حرکت افقی وجود داشتهاست. ارزیابی طیفهای پاسخ از نظر شتاب، سرعت و جابهجایی در نقاط مشخص شده نشان داد که به همان اندازه که تپه بزرگ شده است، محدوده طولانی تری از پریودها را در بر می گیرد به طوری که تشدید در بالای تپه و کوچکنمایی در پای تپه در پریودهای بلندتر رخ دادهاست. این محققین در ادامه مطالعات خود، به بررسی دقیق تأثیرات حرکات شدید عمودی زمین بر روی تپههای ذوزنقهای شکل در نسبتهای شکل مختلف پرداخته، الگوهای نسبت تقویت از نظر جابهجایی، سرعت و شتاب را استخراج و با یکدیگر مقایسه کردند. نتایج مربوط به دامنه زمانی نشان داد که افزایش اندازه تپه از ۲۰۰ متر تا ۶۰۰ متر هیچ اثر قابل توجهی بر الگوهای نسبت تقویت شتاب ندارد؛ با اینحال، سرعت و جابهجایی را افزایش میدهد. علیالهی و همکاران (۲۰۱۶) در مطالعات خود، پاسخ لرزهای از درههای نیمسینوسی همراه یک تونل زیرزمینی با ابعاد مختلف، عمق و محلهای متفاوت با فرض محیط ویسکوالاستیک خطی و تحت امواج SV وP را مورد بررسی قرار دادند. مشاهده شد که تونل در زیر دره می تواند پاسخ زمینی سطح را به طور قابل توجهی تغییر دهد و برهمکنش لرزهای دره و تونل با توجه به پارامترهای هندسی مختلف منجر به الگوهای تقویتی مختلف در مرکز و لبه دره خواهد شد (Alielahi, et al., 2016). به منظور كاهش تقويت قوى حركت زمين به دليل

واقعی ثبت شده در هنگام وقوع زلزله پاکویما در سال ۲۰۰۱ مورد مقایسه و بررسی قرار دادند. نتایج مطالعه آنها نشان داد که ضریب تقویت از پایین به بالای دره برای بیشترین فركانس افزایش می یابد. نسبت تقویت جابه جایی در حدود ۳ در امتداد دره دیده شد. تقویت در فرکانس.های بالا افزایش یافت. دامنههای جابهجایی به ترتیب برای امواج برشی در جهتهای X و Y تقریباً ۱/۵ و ۳ برابر متفاوت بودند (Isari,) et al., 2020). ایثاری و تارینژاد در سال ۲۰۲۱، تحلیل پارامتری بر تحریک غیریکنواخت توپوگرافی ۷ شکل تحت موج SV برای فرکانس ها و نسبت های شکل مختلف با استفاده از روش المان مرزی در حوزه زمانی انجام دادند (Isari and Tarinejad, 2021). يين و همكاران بر اساس مطالعات خود در سال ۲۰۲۱، اظهار کردند که جهت امواج لرزهای میتواند حرکتهای سطح توپوگرافی شیب را تغییر دهد؛ برای تأکید بر تأثیر مسیرهای امواج لرزمای، یک تحلیل دینامیکی از توپوگرافی شیب انجام شد. تقویت حرکات زمین در توپوگرافی شیروانی دوطرفه با تغییر زوایای انتشار مورد بحث قرار گرفت. در همین حال، اجزای امواج لرزهای (امواج P وSV)، مصالح شیب و هندسه های آن، همه با امواج زلزلههای مختلف مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج نشان داد که در توپوگرافی شیب، به ویژه در زاویه بزرگتر امواج حادثه، الگوی تقویت امواج SV قویتر از امواج P است. مصالح نرم تقویت شتاب را بیشتر میکنند و امواج متفرق شده بیشتری تحت امواج مایل زلزله ایجاد می شوند. تغییرات نسبت های تقویت شتاب بر روی تاج شیب در امواج مایل بسیار پیچیدهتر بوده و حرکتهای زمینی با در نظر گرفتن تنها امواج قائم حادثه دستكم گرفته شدهاند (Yin, et al, 2021). وقايع لرزهای گذشته نشان دادهاست که پلهای ساخته شده بر روی دره به دلیل اثرات توپوگرافی درهای آسیبپذیرتر هستند. تجزیه و تحلیل پارامتری برای ارزیابی اهمیت عوامل تأثیرگذار اصلی در طراحی لرزهای این پل،ها توسط لی و همکاران در سال ۲۰۲۲ انجام شد. نتایج نشان داد که زاویه حادثه و نسبت عمق به نصف عرض دره به اثرات قابل

توجهی در پاسخهای پل منجر میشود. هنگامی که زاویه موج دینامیکی بزرگتر از ۴۵ درجه باشد، باید اثر تقویت توپوگرافی در طراحی لرزهای پل در نظر گرفته شود. پاسخهای لرزهای پایههای پل نشان میداد که دره عمیق میتواند پاسخهای بسیار بالاتری را نسبت به دره کم عمق ایجاد کند (Li, et al., 2022). با این حال بررسی ادبیات فنی نشان میدهد که تأکید اصلی عموماً بر محیطهای همگن تپههای تکی و به ندرت لایههای افقی ساده بوده است. ضمن آنکه در بیش تر بررسیها از موجکهای ساده برای تحلیل پاسخ لرزهای استفاده شده است. برخی از توپوگرافیها در طبیعت به طور سیکلی توزیع می شوند که این تناوب خواهد شد.

در پژوهش حاضر، تشدید حرکت زمین در تپههای سیکلی نیمسینوسی لایهای با زاویههای ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ درجه نسبت به افق تحت شتابنگاشت زلزله لاندرز (۱۹۹۲) بررسی شدهاند. سپس، جابهجاییهای بیبعد افقی در نقاط مختلف روی تپه و اطراف آن ارزیابی شدهاست.

۲. صحت سنجی مدل

قبل از ارائه نتایج عددی میبایست از درستی روش حل عددی اطمینان حاصل شود. چرا که نتایج عددی حاصل از حل معادلات دیفرانسیلی است و با اعمال شرایط مرزی کاربر حل شدهاست؛ پس، ممکن است دارای خطا باشد. از طرفی نباید از هیچ مدل عددی کامپیوتری، انتظار پیشبینی دقیق داشت. بنابراین روش تحلیل باید با دیدگاههای مورد اطمینان بررسی شود تا از درستی جوابهای به دست آمده مطمئن شد.

به منظور صحتسنجی روش کار عددی در محیط نرمافزار FLAC^{2D}، درمای نیمدایره به شعاع ۲۵ متر در محیط ویسکوالاستیک در حالت بدون میرایی بررسی شدهاست. این موضوع در گذشته توسط وانگ (۱۹۸۲) بررسی شده و در ادامه مطالعات در ارتباط با موضوع توپوگرافی، توسط

بوکاوالاس و همکاران (۲۰۰۵) برای صحتسنجی مطالعه خود، دوباره آنالیز شدهاست. مشخصات مصالح استفاده شده عبارتند از: سرعت موج برشی ۵۰۰ =V متر بر ثانیه، نسبت پوآسون ۳۳/۰ =۷ و چگالی ۲۰۰۰ کیلوگرم بر متر مکعب. سپس مدل ساخته شده تحت تابش قائم موج SV با نسبت طول موج ۲ = λ/R قرار گرفتهاست (شکل ۱). اعمال نیروی دینامیکی تاریخچه شتاب، سرعت یا جابهجایی امری مرسوم

در تحلیلهای دینامیکی است، ولی در این پژوهش به منظور جلوگیری از بازتاب مصنوعی موج در سطوح مرزی از تنش به عنوان محرک دینامیکی استفاده شدهاست. در نهایت نتایج حاصل از تحلیل عددی با نتایج حاصل از تحلیل وانگ (۱۹۸۲) مقایسه شده و چنانکه در شکلهای ۲ و ۳ مشاهده میشود این دو تطابق خوبی با هم دارند.



شکل ۱. تاریخچه موج ریکر اعمال شده به مدل



شکل۲. صحت سنجی نتایج تحلیلی نرمافزار FLAC برای توپوگرافی دره (R = 70m، ۲ = $\lambda/R = \lambda/R$ موج قائمSV)



شکل۳. صحتسنجی نتایج تحلیلی نرمافزار FLAC برای توپوگرافی دره (λ/R = ۲ ، R = ۲۵m موج قائم SV) [Wong, 1982]

گرفتهشدهاست. اگر سازهای روی یک لایه خاک در نظر گرفته شود، معمولاً برای تحلیل استاتیکی؛ عرض خاک اطراف یایه مدل ۴ تا ۵ برابر عرض مدل در نظر گرفته می شود. اگر به این مدل یک بار دینامیکی اعمال شود، بار از لایه های خاک عبور کرده و به سازه می رسد، از آنجا بازتاب کرده و به مرزهای قائم برخورد میکند و چون این مرزها Fix در نظر گرفته شدهاست، این بازتاب کمانه کرده و به داخل مدل باز خواهدگشت. اما در حقیقت؛ وقتی بار دینامیکی به سازه میرسد، در هنگام بازگشت از مرزهای مدل خارج می شود. می توان مرزهای مدل را به قدری بزرگ در نظر گرفت که وقتی موج بازتاب کرده و به مرزها رسید؛ تا موج به منطقه مورد مطالعه برسد، تقریباً میرا شده و روی نتایج منطقه مورد نظر، تأثير چندانی نداشته باشد. از طرفی وقتی مرزهای مدل تا این اندازه بزرگ در نظر گرفته شود، مدت زمانی که مدل برای تحلیل نیاز دارد به شدت افزایش می یابد و این مدت زمان قابل قبول نخواهد بود. پیشنهادی که نرمافزار برای برطرف کردن این مسئله دارد، استفاده از مرزهای میراگر است. در مطالعه حاضر یکسری تحلیلها برای رسیدن به ارتفاع و عرض بهینه که هم از بازتاب امواج به درون محیط مورد مطالعه جلوگیری کرده و هم خیلی بزرگ نباشد که مدت زمان تحليل را به طور نامعقول افزايش دهد، انجام شدهاست. در نهایت ارتفاع و عرض پایه مدل به ترتیب ۵ و ۱۴ برابر ارتفاع تپه درنظر گرفتهشدهاست.

توپوگرافی واحد (تپه یا دره) توسط محققان زیادی مطالعه شده است و از نتایج این کارها مشخص شده که ویژگیهای توپوگرافی و زمین شناسی یک دره یا تپه، تأثیر قابل توجهی در حرکتهای زمینی دارد. با این وجود، حتی در بهترین حالت، مطالعات بسیار کمی در ارتباط با اثر متقابل نامنظمیهای توپوگرافی وجود دارد. هدف از این مطالعه، این است که معین شود چگونه مجموعهای از نامنظمیها در مقایسه با یک نامنظمی تنها (یک تپه) اثر متقابل میگذارد. برای بررسی تأثیر توأم عوارض توپوگرافی از نظر تعداد و تغییر زاویه لایه بندی در اشکال ۲ و ۳ محور قائم به ترتیب بیان گر نسبت بی بعد شده حداکثر پاسخ مؤلفه افقی و قائم جابه جایی دره در نقاط مختلف بر حداکثر دامنه جابه جایی موج ریکر است. محور افقی نیز بیان گر نسبت بی بعد شده فاصله نقاط از مرکز دره (X) بر نصف عرض دره (L) است.

۳. مواد و روشها

۳-۱. مدل سازی عددی

نرمافزار FLAC^{2D}، یک برنامه تفاضل محدود از مجموعه نرمافزارهای ایتاسکا میباشد که برای محیطهای پیوسته به کار میرود. این نرمافزار بر اساس تحلیل محاسباتی لاگرانژی استوار بوده که برای مدلسازی تغییرشکلهای بزرگ نیز مناسب است. در این نرمافزار می توان مدل رفتاری سازههای خاکی، سنگی یا سایر موارد را که دارای جریان پلاستیک در هنگام رسیدن به حد تسلیم هستند، شبیهسازی کرد. اولین گام در اجرای یک مدل ساخت هندسه آن است. مشبندی در این نرمافزار همزمان با هندسهسازی انجام می گیرد و تعیین چگالی المانبندي به عهده كاربر ميباشد. همواره بايد مطابق با اصول و قواعد حاکم بر این نرمافزار، یک شبکهبندی بهینه را پیشنهاد داد. بهینه بودن ابعاد زونها تأثیر بسزایی در زمان حل مدل و دقت جواب های بدست آمده دارد. کولیمر و لایزمر (۱۹۷۳) نشان دادند که برای حصول اطمینان از انتقال صحیح امواج در یک مدل مشبندی شده، بزرگترین ابعاد المان (Δl) باید کوچکتر از یک دهم تا یک هشتم طول موج ایجاد شده توسط بالاترین فرکانس امواج ورودی به سیستم باشد. به عبارتى:

 $\Delta l \le \lambda \ / \ 10$

(1)

که در آن λ طول موج ایجاد شده توسط بزرگترین مؤلفه فرکانس امواج ورودی به سیستم است که قادر به تولید انرژی میباشد. در نهایت اندازه مشیندی مدلها، ۲×۲ متر در نظر زاویه لایهبندی مصالح عارضه بین ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ درجه، بررسی شدهاست (شکل۵). فاصله بین هر دو عارضه نیز ۱۰ متر در نظر گرفته شدهاست. مدلها دارای خواص مصالح یکسان در لایهها هستند. مصالح تپه بر تشدید ساختگاه مورد بررسی (توپوگرافیهای موجود در محیط اطراف ساختگاه مورد مطالعه)، سه مدل هندسی شامل یک تا سه عارضه توپوگرافی به شکل نیمسینوسی و نسبت شکل برابر با ۱، ترسیم شدهاست. ارتفاع هر یک از تپههای مدل، ۲۰ متر و زاویه لایهبندی مصالح عارضه بین ۱۵، ۳۰، ۲۵، ۶۰ و ۷۵ درجه متغیر است (شکل ۴). در ادامه مدلسازیها، افزایش تعداد لایههای موجود در توپوگرافی در ارتفاع ۲۰ متر برای هر یک از تپههای مدل و



شکل ۴. مدل.های بررسی تأثیر زاویه لایهبندی مصالح تپه، شامل یک تا سه عارضه توپوگرافی نیمسینوسی (زاویه لایهبندی متغیر)





شکل۵. مدلهای بررسی تأثیر افزایش تعداد لایههای مصالح تپه، شامل یک تا سه عارضه توپوگرافی نیمسینوسی (زاویه لایهبندی متغير)

ویرایش چهارم استاندارد ۲۸۰۰، این مصالح در تیپ I زمین قرار می گیرند. این مطالعه با یک گام به جلو، ترکیبی از تیپهای متفاوت از انواع مصالح استاندارد ۲۸۰۰ را در نظر گرفتهاست. البته توضيح اين نکته لازم است که تمامي بستر مدلها به تبعیت از پژوهشهای گذشته، از خاکهای با تیپ I و فقط مصالح تپه مورد مطالعه از خاکهای با سرعت موج برشی کمتری هستند. در این مطالعه، با در نظر گرفتن مدلهای ناهمگن که از سه نوع خاک تشکیل شدهاست، هندسه تپه با زواياي لايهاي مختلف، براي تخمين اثر توپوگرافی در نظر گرفته شدهاست که نوع جنس مصالح هر لایه متفاوت از لایه کناری آن می باشد. خاک مورد استفاده در تمام مدلها، مصالح تعریف شده در جدول ۱ میباشد؛ با این ترتیب که بستر مدل خاک نوع I، لایه زیرین تپه خاک II و لايه بالايي نيز خاک تيپ III ميباشد. ۲-۳. انتخاب مدل ساختاری و تعیین خصوصیات مصالح

اغلب اوقات تحليل عددي يک مسئله جديد همواره با سادهترین مدل رفتاری آغاز میشود. رفتار مصالح در این جا مانند اکثر مطالعات پیشین که مدل رفتاری مصالح را مدل الاستیک خطی در نظر گرفتهاند، فرض شدهاست. حل مسئله با این مدل رفتاری، از لحاظ زمانی سریعتر اجرا میشود و تنها نیازمند جرم مخصوص و دو پارامتر مقاومتی مدول حجمي و مدول برشي است. البته شايان ذكر است كه در اين مدل تا مدلسازی رفتار واقعی مصالح در طبیعت فاصله، بسیار است و تقویت لرزهای عارضه توپوگرافی، دستکم تخمین زده می شود (Rizzitano, et al., 2014). اکثر تیه های موجود در طبیعت از مصالح سنگی هستند و به همین دلیل تقریباً تمامی مطالعات پارامتری گذشته، نوع مصالح مطالعات خود را، مصالح با سرعت موج برشی بالا تعریف کردهاند. مطابق

جدول ١. مصالح انتخاب شده برای مدلسازی

[Itasca, F. L. A. C User's manual and standard 2008, fourth edition]				
Earth Type	density(kg/m ³)	Elasticity modulus(Pa)	Poisson's ratio(v)	$V_S(m/s)$
Ι	2400	4×10^{9}	0.45	760
Π	1840	39×10^{6}	0.35	500
III	1470	15×10^{6}	0.27	175

۳–۳. بارگذاری دینامیکی

شتابنگاشتهایی که در سطح لایههای آبرفتی ثبت شدهاند خود دربرگیرنده تأثیرات ساختگاه و رفتارهای دینامیکی آبرفت هستند. سرعت موج برشی رکوردهای سنگ بستر بزرگتر ۷۰۰ متر بر ثانیه میباشد. نمودار شتاب – زمان زلزله لاندرز (۱۹۹۲) برگرفته شده از سایت Peer در نرمافزار SeismoSignal خوانده شده و در شکل ۶ مشاهده میشود.

توپوگرافیهای مورد مطالعه تحت انتشار رکورد واقعی زلزله در راستای عمود قرار گرفتهاست. مطابق استاندارد لرزهای ۲۸۰۰، شتابنگاشتهایی که در تعیین اثر حرکت زمین مورد استفاده قرار می گیرند باید تا حد امکان نمایانگر حرکت واقعی زمین در محل احداث بنا، در هنگام زلزله، باشند. از میان رکوردهای یافت شده از پایگاه اطلاعاتی Peer با این مشخصات، رکورد زلزله لاندرز (۱۹۹۲) به دلیل هم خوانی بیشتر ویژگیهای آن با شرایط پروژه انتخاب گردیدهاست. ذکر این نکته قابل توجه است که این رکورد مربوط به شتابنگاشت سنگ بستر است. چرا که



شکل ۶. نمودار شتاب - زمان زلزله لاندرز (۱۹۹۲)

ساخته شود. سپس مرزهای اطراف، آزاد و کف مدل ثابت شود. آنگاه برای یک نقطه در داخل مدل، تحت یک تحریک دینامیکی (مثلاً تحریک سیستم تحت شتاب جاذبه)، تابع سرعت یا جابهجایی نسبت به زمان رسم و تعداد نوسان در یک ثانیه محاسبه شود.

۴. بحث

۴–۱. بررسی تغییرات تشدید جابه جایی به دلیل پیچیدگی های محیط اطراف توپوگرافی در زاویه های مختلف بین مصالح تپه نیمسینوسی در بخش تحلیل دینامیکی این مطالعه، نسبت میرایی ^۸^۸ و فرکانس مرکزی در هر مدل برابر با فرکانس طبیعی آن ساختگاه در نظر گرفته شدهاست. برای یافتن فرکانس طبیعی سازه در نرمافزار FLAC باید به این صورت عمل کرد که ابتدا مدلی با فرض الاستیک بودن و میرایی صفر ساخته شود. سپس مرزهای اطراف، آزاد و کف مدل ثابت شود. آنگاه برای یک نقطه در داخل مدل، تحت یک تحریک دینامیکی (مثلاً تحریک سیستم تحت شتاب جاذبه)، تابع سرعت یا جابهجایی نسبت به زمان رسم و تعداد نوسان در یک ثانیه محاسبه شود. خاک لایههای مدلهای دارای توپوگرافی در نظرگرفته شدهاست. نسبت حداکثر جابهجایی نقطه مورد نظر در مدل دارای توپوگرافی، به حداکثر جابهجایی نقطه مورد نظر در مدل مرجع، در اینجا، با عنوان بزرگنمایی بیان می شود. به منظور بررسی میزان تشدید ایجاد شده بر اثر عامل توپوگرافی محیط اطراف، نسبت مقادیر PGD نقطه رأس برای هر یک از مدلها، به نقطه نظیر آن در مدل مرجع محاسبه و نتایج آن در شکل ۸ ارائه شدهاست.

برخی از توپوگرافیها در طبیعت به طور سیکلی توزیع می شوند که این تناوب توپوگرافی، باعث تشدید قابل توجه حرکت لرزهای زمین خواهد شد. جابه جایی ماکزیمم زمین (PGD)، یکی از پارامترهای مهم در ارزیابی بزرگی شدت زلزله است که به عنوان پارامتر متغیر پاسخ لرزهای در عنوان نقطه مهم در تمامی مدلها جهت ارزیابی پاسخ لرزهای تأثیر لایه بندی توپوگرافی در نظرگرفته شده است (شکل ۷). مدل مرجع برای هر نقطه از توپوگرافی به صورت یک مدل میدان آزاد و با ارتفاعی معادل ارتفاع پروفیل دو بعدی در نقطه مذکور و الگوی لایه های خاک مدل مرجع، مانند الگوی





باشد. البته با دقت در نمودارها، دیده می شود که تا زاویه لایهبندی ۴۵ درجه مقدار بزرگنمایی افزایشی و بعد از زاویه ۴۵ درجه، تا حدودی از مقدار تشدید کاسته می شود. در مرز بین بستر مدل و لایه زیرین تپه و دو لایه تپه، با کاهش سرعت موج برشی مصالح مواجه بوده که این تغییر سرعت در میزان افزایش تشدید نقش دارد. البته می توان اظهار داشت که در زاویه ۶۰ و ۷۵ درجه که مساحت لایه بالایی چندان قابل ملاحظه نیست، به دام افتادن امواج بین دو لایه تپه کم تر شده و بالطبع از میزان تشدید هم کاسته می شود. در شکل ۸ با توجه به نسبتهای محاسبه شده، ملاحظه می شود که در تمام زاویه های لایه بندی هرچه تعداد عوارض توپو گرافی بیش تر باشد، میزان تشدید جابه جایی نیز افزایش مییابد؛ مثلاً برای خطالرأس، در زاویه ۴۵ درجه با افزایش تعداد تپه ها به سه عدد، حداکثر بزرگنمایی تا ۲ درصد افزایش مییابد. در محیط های ناهمگن، پر توهای موج توسط باز تاب و شکست به شکل منحنی در آمده و در یک نقطه تمرکز مییابند. تمرکز امواج، هربار با افزایش تعداد تپه ها بیش تر شده که همین امر می تواند توجیه افزایش مقدار بزرگنمایی



شکل۸ نمودار نسبت مقادیر تشدید PGD نسبت به پیچیدگیهای محیط اطراف توپوگرافی در رأس تیه نیمسینوسی با زاویه بین لايەاي متغير

دامنه جابهجایی افقی سطح توپوگرافی تپه نیمسینوسی با تعداد می می شوند. البته با افزایش فاصله از قله توپوگرافی، یعنی در نزدیکی قسمتهای مسطح، از میزان این اثر کاسته شدهاست. به عبارت دیگر، با افزایش پیچیدگی محیط اطراف تویوگرافی، تقويت تيه به طور كلي افزايش مي يابد اما در سراسر تيه متفاوت است.

توپوگرافی متفاوت در محیط اطراف برای مدلهای با زوایای مختلف در اشکال ۹ تا ۱۳ نشان شدهاست. در تمام زاویههای لايەبندى، با افزايش تعداد توپوگرافى، علاوه بر نقطه رأس دیگر نقاط موجود در سطح تپه نیز دچار بزرگنمایی بیشتری



شکل ۹. نمودار مقایسه اثر تعداد توپوگرافی محیط اطراف برای توپوگرافی با شکل نیمسینوسی در زاویه بین لایهای ۱۵ درجه



شکل ۱۰. نمودار مقایسه اثر تعداد توپوگرافی محیط اطراف برای توپوگرافی با شکل نیمسینوسی در زاویه بین لایهای ۳۰ درجه





شکل۱۱. نمودار مقایسه اثر تعداد توپوگرافی محیط اطراف برای توپوگرافی با شکل نیمسینوسی در زاویه بین لایهای ۴۵ درجه

شکل۱۲. نمودار مقایسه اثر تعداد توپوگرافی محیط اطراف برای توپوگرافی با شکل نیمسینوسی در زاویه بین لایهای ۶۰ درجه



شکل ۱۳. نمودار مقایسه اثر تعداد توپوگرافی محیط اطراف برای توپوگرافی با شکل نیمسینوسی در زاویه لایهای ۷۵ درجه

در اشکال ۹ تا ۱۳ محور قائم (Ux) بیانگر نسبت حداکثر پاسخ مؤلفه افقی جابهجایی تپه در نقاط مختلف بر حداکثر دامنه جابهجایی همان نقطه در مدل مرجع (میدان آزاد) است. محور افقی نیز بیانگر نسبت بی بعد شده فاصله نقاط از مرکز تپه (X) بر نصف عرض تپه (L) است.

۲-۲. بررسی تغییرات بزرگنمایی جابه جایی به دلیل پیچیدگی های محیط اطراف توپوگرافی در تعداد لایه های شیب دار مختلف موجود در تپه نیم سینوسی

به منظور بررسی تعامل بین تعداد لایه ها با میزان تشدید، پانزده تپه نیم سینوسی مدل شده در بخش ۱ (تپه با دو لایه زاویه دار) با ۱۵ تپه نیم سینوسی (تپه با سه لایه زاویه دار) در زاویه های ۱۵، ۲۰، ۴۵، ۶۰ و ۷۵ درجه و ارتفاع ثابت ۲۰ متر در تعداد یک، دو و سه تپه مقایسه شده است. لایه وسط تپه های سه لایه از مصالح تیپ III تشکیل شده است. این بار نیز، نقطه رأس تو پوگرافی، به عنوان نقطه مهم مورد بررسی نیز، نقطه رأس تو پوگرافی، به عنوان نقطه مهم مورد بررسی نیز، ممامی مدل ها در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۴ نمودار نسبت مقادیر تشدید PGD نسبت به تغییرات زاویه مصالح تپه برای رأس تو پوگرافی با شکل نیم سینوسی با سه لایه نمودارهای موجود در شکل ۸ ملاحظه می شود، در تمام نمودارهای موجود در شکل ۸ ملاحظه می شود، در تمام

توپوگرافیهای تپههای واحد و متناوب تغییر میکند. در زاويههاي كوچكتر، افزايش تشديد تپههاي سه لايه نسبت به تپههای دو لایه، قابل توجهتر است و هرچه زاویه بین لایهای بزرگتر میشود مقدار تشدید تپههای دو و سه لایه به يكديگر نزديكتر مىشوند. دليل اين امر مىتواند اين نكته باشد که در زاویه های کوچک (۱۵ و ۳۰ درجه) با افزایش تعداد لايهها، كاهش فركانس محيط به دليل لايه سست وسط وجود دارد اما از طرفي هنوز أنقدر لايههاي اطراف لايه سست وسط کوچک نشدهاند. با ورود موج لرزهای از محیط با سرعت موج برشی بالای زیر تپه (بستر) به محیط نسبتاً کم سرعت تپه، پرتوهای موج به طور پیوسته به شکل منحنی به یکدیگر نزدیک شده و باعث تمرکز انرژی در یک منطقه خاص می شود. با تغییر متناوب سرعت برشی مصالح تپه در هنگام برخورد موجها، بازتابهایی با زوایای متفاوت ایجاد میشود که میتواند انرژی پرتوهای موج را در یک ناحیه خاص متمرکز نماید که همین امر در کنار پیچیدهتر بودن لايهبندي تپههاي سه لايه در زاويههاي ۱۵ و ۳۰ درجه، سبب افزایش بیش تر بزرگنمایی آنها شدهاست. با افزایش زاویه بین لايهها، سطح بيشتري از تپه را لايه سست وسط تشكيل مىدهد. گسترش لايه سست، كاهش بيشتر فركانس توپوگرافیها را در این زوایا به دنبال داشته که همین امر

باعث کم شدن تشدید در این زاویهها (به خصوص زاویه ۶۰ و ۷۵ درجه) شدهاست.

در شکل ۱۵ مشاهده می شود، با افزایش تعداد لایه، علاوه بر رأس تپه، دیگر نقاط موجود در سطح تپه نیز دچار تغییر در مقدار بزرگنمایی شدهاند. همان طور که دیده می شود در زاویه های ۱۵ و ۳۰ درجه تغییر مقدار بزرگنمایی با افزایش تعداد لایه ها مشهود است. با افزایش زاویه لایه ها این تغییر کم تر شده و می توان اظهار داشت افزایش تعداد لایه در مقدار بزرگنمایی توپوگرافی ها با این زوایا، تقریباً بی اثر شده است.



شکل ۱۴. نمودار نسبت مقادیر تشدید PGD نسبت به پیچیدگیهای محیط اطراف توپوگرافی، در رأس توپوگرافی با شکل

نیمسینوسی در زاویههای بین لایهای متغیر







شکل۱۵. نمودار مقایسه اثر تعداد لایه بر میزان تشدید تپه نیمسینوسی با تعداد لایه مختلف در زاویه های بین لایهای متفاوت

۴. نتیجهگیری

با توجه به این که پهنه وسیعی از ایران لرزه خیزی بالایی دارد و از طرفی با قرار گرفتن بعضی مناطق شهری در مجاورت کوهستانها و ناهمواریهای سطحی، در طراحی سازهها باید اثرات تشدید حرکات لرزهای در نظر گرفته شود. در این مطالعه به بررسی تأثیر تغییرات زاویه لایهبندی مصالح موجود در توپوگرافی تپههای واحد و متناوب در کنار دیگر پارامترها از قبیل تعداد لایههای شیبدار بر میزان تشدید با استفاده از مدلسازی عددی توسط نرمافزار SFLAC^{2D} در ادامه آمده است:

- در تمام زاویههای لایهبندی هرچه تعداد عوارض توپوگرافی بیشتر باشد، میزان تشدید جابهجایی نیز افزایش مییابد.
- تا زاویه لایهبندی ۴۵ درجه مقدار بزرگنمایی افزایشی و بعد از زاویه ۴۵ درجه، تا حدودی از مقدار تشدید کاسته می شود.

- مقدار پاسخهای دینامیکی دریافت شده از تپه تناوبی، متفاوت از تپههای واحد هستند. به عنوان مثال در زاویه ۳۰ درجه، در حضور یک توپوگرافی مقدار تشدید لرزهای ۱/۶۲۶ بوده که این مقدار در حضور سه توپوگرافی به ۱/۶۴۷ رسیدهاست.
- در تمام زاویه ها، با افزایش تعداد لایه ها، مقدار بزرگنمایی توپوگرافی های تپه های واحد و متناوب تغییر می کند. در زاویه های کوچکتر، افزایش تشدید تپه های سه لایه نسبت به تپه های دو لایه، قابل توجه تر است و هرچه زاویه بین لایه ای بزرگتر می شود مقدار تشدید تپه های دو و سه لایه به یکدیگر نزدیکتر می شوند. در این زوایا (۴۵ تا به یکدیگر نزدیکتر می شوند. در این زوایا (۴۵ تا تشدید حرکات لرزه ای صرف نظر کرد.

- Luo, Y., Fan, X., Huang, R., Wang, Y., Yunus, A., 2020. Topographic and near-surface stratigraphic amplification of the seismic response of a mountain slope revealed by field monitoring and numerical simulations, Engineering Geology, 271 105607.
- Zhang, Z., Fleurisson, J-A., Pellet, F., 2018. The effects of slope topography on acceleration amplification and interaction between slope topography and seismic input motion, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 113: 420–431.
- Tripe, R., Kontoe, S., Wong, T.K.C., 2013. Slope topography effects on ground motion in the presence of deep soil layers, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 50: 72–84.
- Wong, H. L., Trifunac, M. D., 1974. Scattering of plane SH waves by a semi-Elliptical canyon, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 3: 157-169.
- Cao, X.-R., Song, T.-S., and Liu, D.-K., 2001. Scattering of plane SH-wave by a cylindrical hill of arbitrary shape, Appl. Math. Mech., 22(9): 1082- 1089.
- Liu, G., Chen, H., Liu, D., and Khoo, B.C., 2010. Surface motion of a half-space with triangular and semicircular hills under incident SH waves, Bull. Seism. Soc. Am., 100(3): 1306-1319.
- Kamalian, M., Gatmiri, B., and Sohrabi-Bidar, A., 2003a. on time-domain two-dimensional site response analysis of topographic structures by BEM, Journal of Seismology and Earthquake Engineering, 5(2): 35-45.
- Kamalian, M., Jafari, M. K., Dehghan, A., Sohrabi-Bidar, A., Razmkhah, A., Gallego, R., and Aliabadi M.H., 2003. Two-dimensional hybrid response analysis of trapezoidal shaped hills in time domain, Advances in Boundary Element Techniques, IV, Ed., pp231-236.
- Nguyen, Kh., Gatmiri B., 2007. Evaluation of seismic ground motion by topographic irregularity, Soil Dynamic and Earthquake Engineering, 27183-188.
- Kamalian, M., Sohrabi-Bidar, A., Razmkhah, A., Taghavi, A., and Rahmani, I., 2008. Considerations on seismic microzonation in areas with two-dimensional hills, Journal of Earth System Science, 117(2): 783-796.
- Sohrabi-Bidar, A., Kamalian, M., and Jafari, M. K., 2009. Time-domain BEM for three-dimensional site response analysis of topographic structures, international journal for numerical methods in Engineering Int. J. Numer. Meth. Engng, 79: 1467–1492.
- Afzalirad, M., Kamalian, M., Jafari, M.K., Sohrabi-Bidar, A., 2014. Seismic behavior of topographic features with material damping using BEM in time domain, International Journal of Civil Engineering, Vol 12, No 1 26-44.
- Amelsakhi, M., Sohrabi-Bidar, A., Shareghi, A., 2014. Spectral Assessing of Topographic Effects on Seismic Behavior of Trapezoidal Hill, World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Environmental, Earth Science and Engineering, Vol : 8 No:4.
- Amelsakhi, M., Sohrabi-Bidar, A., Shareghi, A., 2017. Seismic assessment of trapezoidal-shaped hills induced by strong ground motion records, JSEE, Vol 19, No.4.
- Alielahi, Kamalian, M., Adampira, M., 2016. A BEM investigation on the influence of underground cavities on the seismic response of canyons, Acta Geotechnica (AG) (ISI); Vol. 11No. 2; 391-413.
- Maleki, M., Khodakarami, M.I., 2017. Feasibility analysis of using MetaSoil scatterers on the attenuation of seismic amplification in a site with triangular hill due to SV-waves, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 100: 169–182.
- Afzalirad, M., Naghizadehrokni, M., Khosravi I., c, 2019. Dynamic behavior of double and triple adjacent 2D hills using boundary element method, Heliyon, 5e01114.
- Modha, K. G., Raj, D., Singh, Y., Lang, D. H., 2020. Topographic amplification of earthquake ground motion on different hill geometrie, 17th World Conference on Earthquake Engineering, 17WCEE Sendai, Japan - September 13th to 18th 2020.
- Isari, M., Tarinejad, R., Sobhkhiz Foumani, R., Alavi, A., 2020. Investigation of seismic response of topography under recorded excitation using boundary element method, Springer Nature Switzerland AG.
- Isari, M., Tarinejad, R., 2021. Introducing an effective coherence function to generate non-uniform ground motion on topographic site using time-domain boundary element method, Earthquake Engineering and Engineering Vibration, Volume 20, Issue 1, p.89-100.

- Yin, C., Li, W., Wang, W., 2021. Evaluation of ground motion amplification effects in slope topography induced by the arbitrary directions of Seismic Waves, Energies, 14, 6744.
- Li, sh., Zhang, F., Wang, M., Cheng, Zh., Zhang, Y., Zhang, N., Wang, J., Gao, Y., 2022. Seismic response sensitivity of a V-shaped canyon-crossing bridge considering the near-source canyon topographic effects, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 155 107205.
- Wong, HL., 1982. Effect of surface topography on the diffraction of P, SV and rayleigh waves, Bull. Seismol. Soc. Am. 72(4) 1167-1183.
- Bouckovalas, G. D., and Papadimitriou, A. G., 2005. Numerical evaluation of slope topography effects on seismic ground motion, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol. 25 pp. 547-558.
- Rizzitano, S., Cascone, E., Biondi, G., 2014. Coupling of topographic and stratigraphic effects on seismic response of slopes through 2D linear and equivalent linear analyses, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 67: 66–84.
- Building design regulations against earthquakes, standard 2800, fourth edition. Road, Housing and Urban Development Research Center, in persian.
- peer. [online] Peer Ground Motion Database. http://ngawest2.berkeley.edu/spectras/21326/searches/20106/edit. (Accessed 2 march 2014).
- Itasca, F. L. A. C. Fast Lagrangian analysis of continua. User's manual. Minneapolis: Itasca Consulting Group (2005).